

TRƯỜNG ĐẠI HỌC XÂY DỰNG HÀ NỘI  
BỘ MÔN SỨC BỀN VẬT LIỆU  
=====

# BÀI TẬP LỚN VẼ BIỂU ĐỒ NỘI LỰC

Họ và tên : Nguyễn Hoài Phương  
Mã số SV : 122B13  
Mã số đề : 9r  
GV hướng dẫn : TS. TRẦN MINH TÚ

HÀ NỘI, THÁNG 10 NĂM 2007

## I. Nội dung:

Vẽ biểu đồ nội lực trong dầm, khung tĩnh định theo các sơ đồ được phân công.

## II. Trình bày:

1. Bản thuyết minh phân tích toán trình bày trên khổ A4.

2. Thể hiện kết quả trên bản vẽ khổ A4

Vẽ lại các sơ đồ theo đề bài được phân công với đầy đủ trị số các kích thước, trị số của tải trọng.

Biểu đồ lực cắt Q, mômen uốn M, lực dọc N (nếu có) cần ghi giá trị các tung độ biểu đồ tại những điểm đặc biệt. Riêng đối với khung cần có hình vẽ kiểm tra sự cân bằng của các nút.

## III. Số liệu

Trong tất cả các sơ đồ lấy  $L=4m$ , hệ số  $\delta=0,5$ . Giá trị tải trọng và vị trí tải trọng lấy theo bảng 1,2

**Bảng 1 - Tải trọng**

TT	Q(kN/m)	$P_1$ (kN)	$P_2$ (kN)	$M_1$ (kNm)	$M_2$ (kNm)
1	10	15	0	5	10
2	15	0	5	10	10
3	10	5	10	10	0
4	5	10	10	0	5
5	5	5	0	5	5
6	10	5	5	0	5
7	10	10	0	5	10
8	10	5	5	0	5
9	5	5	10	0	10
10	5	0	10	5	0
11	8	6	5	5	0
12	6	8	0	8	5

**Bảng 2-Kích thước**

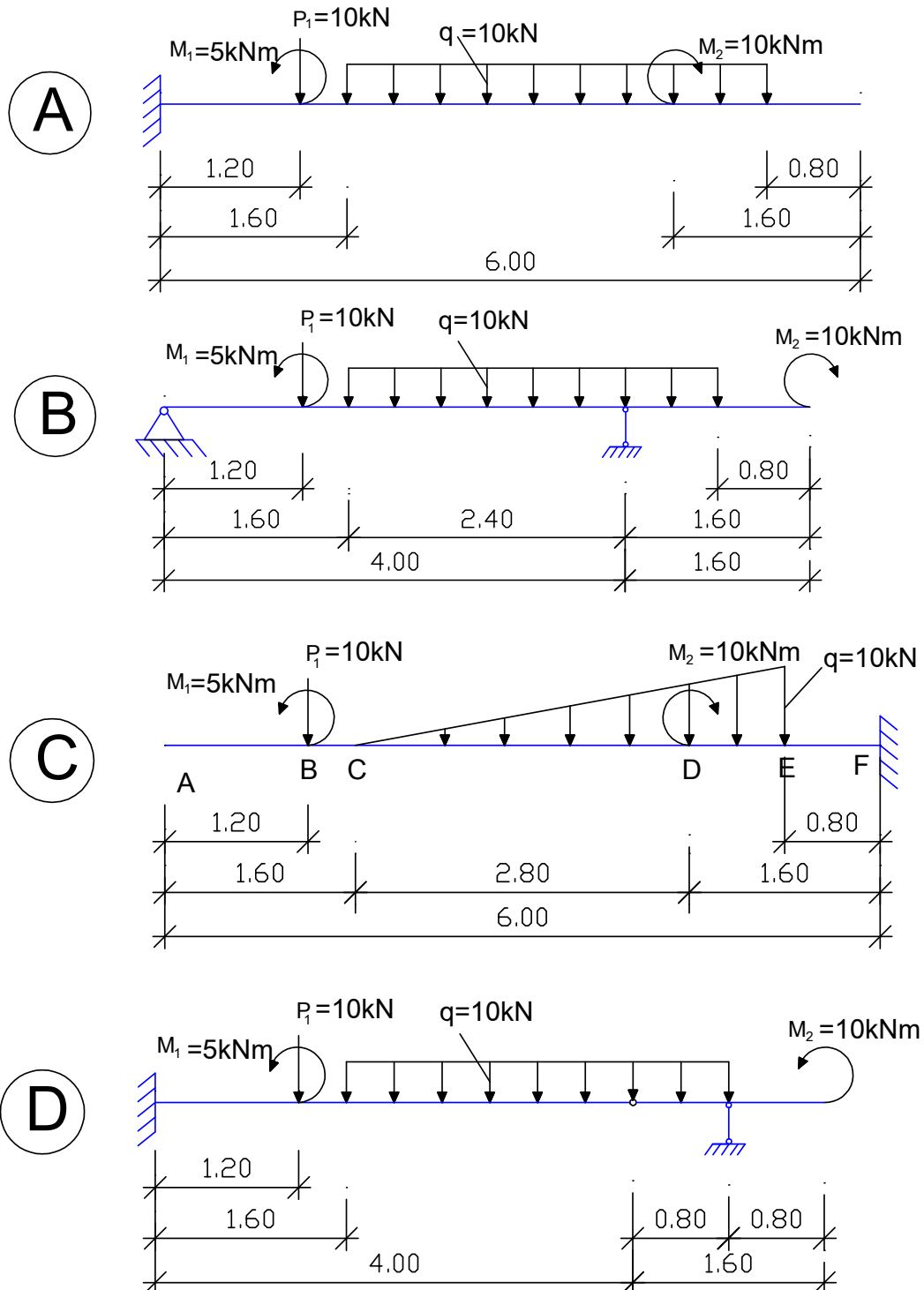
TT	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\gamma_1$	$\gamma_2$
a	0,2	0,3	0,4	0,5	0,2	0,3
b	0,3	0,4	0,4	0,2	0,3	0,4
c	0,4	0,5	0,2	0,3	0,4	0,5
d	0,5	0,2	0,3	0,4	0,5	0,2
e	0,2	0,4	0,3	0,5	0,2	0,4
g	0,4	0,3	0,5	0,2	0,4	0,3
h	0,3	0,5	0,2	0,4	0,3	0,5
i	0,5	0,3	0,4	0,3	0,5	0,3
k	0,3	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4
l	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3
m	0,2	0,2	0,2	0,5	0,5	0,5
n	0,5	0,5	0,5	0,3	0,2	0,2
p	0,2	0,5	0,2	0,2	0,2	0,5
q	0,3	0,2	0,3	0,2	0,3	0,2
s	0,4	0,2	0,5	0,4	0,4	0,2
t	0,5	0,4	0,5	0,5	0,5	0,4
u	0,25	0,3	0,3	0,2	0,35	0,2
v	0,35	0,25	0,3	0,35	0,3	0,35
x	0,4	0,5	0,3	0,25	0,3	0,45

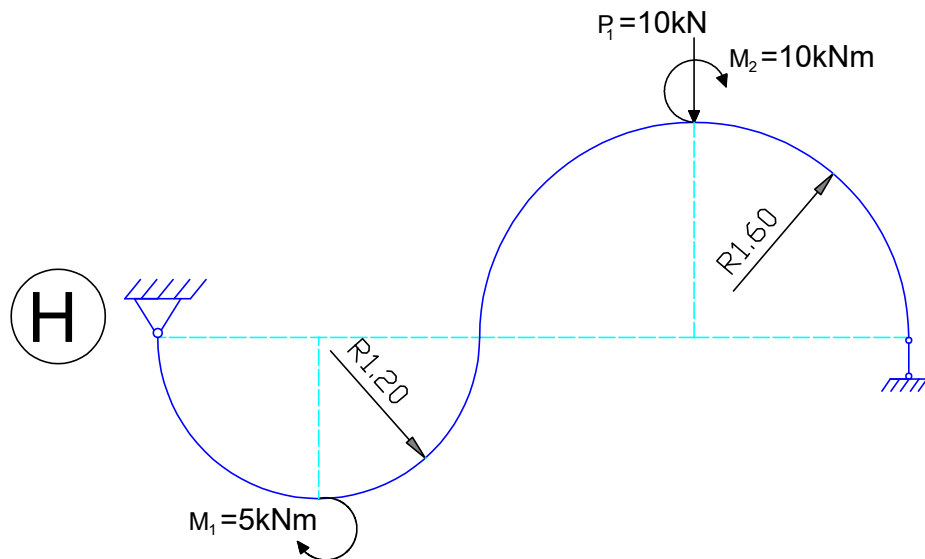
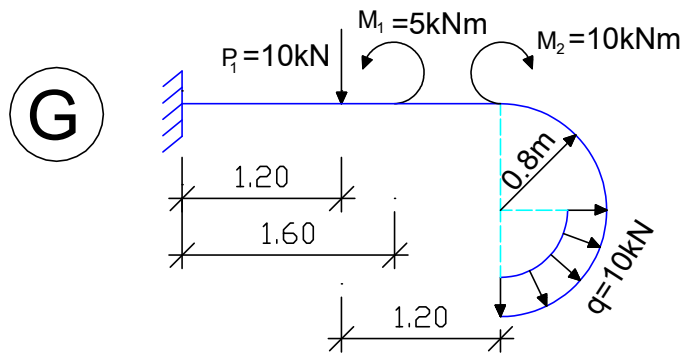
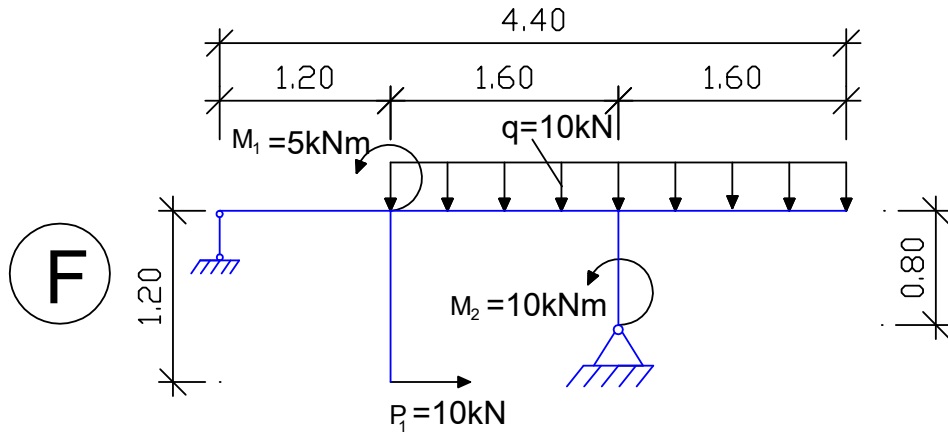
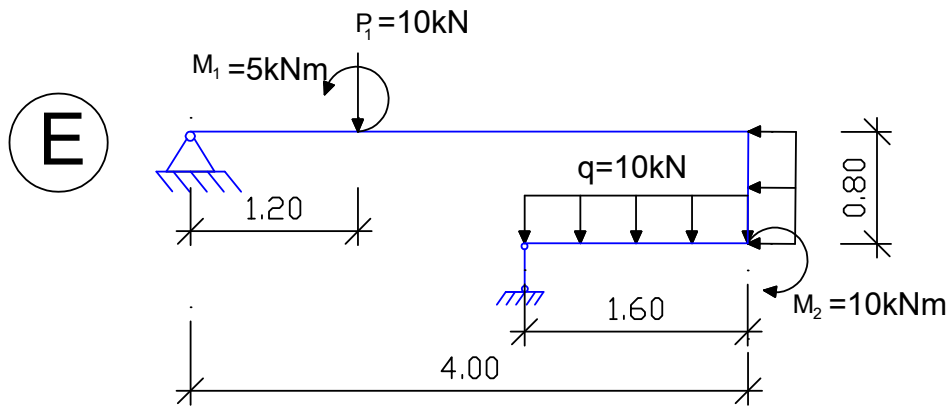
**Đề số 9r:****Bảng tải trọng**

TT	$q(\text{kN/m})$	$P_1(\text{kN})$	$P_2(\text{kN})$	$M_1(\text{kNm})$	$M_2(\text{kNm})$
7	10	10	0	5	10

**Bảng kích thước**

TT	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\gamma_1$	$\gamma_2$
b	0,3	0,4	0,4	0,2	0,3	0,4

**Các sơ đồ dầm**



## Sơ đồ A

### Xác định các phản lực:

Thay các liên kết bằng các phản lực, ta có các phản lực như hình vẽ 1a.

$$\sum Z=0 \Rightarrow H_A=0$$

$$\sum Y=0 \Rightarrow V_A=P_1+3,6q=10+36=46 \text{ (kN)}$$

$$\begin{aligned} \sum m_B=0 \Rightarrow M_A &= 1,2 P_1 - M_1 + 3,6q \cdot 3,4 + M_2 \\ &= 12 \cdot 5 + 3,6 \cdot 10 \cdot 3,4 + 10 = 139,4 \text{ (kNm)} \end{aligned}$$

Chia dầm làm 5 đoạn AB, BC, CD, DE và EF.

Đoạn EF: không có tải trọng

$$\Rightarrow N=0; Q=0; M=0.$$

Đoạn DE: (hình 2a) Xét mặt cắt 1-1 ( $0,8 \leq z_1 \leq 1,6m$ )

$$\text{Có: } N=0$$

$$Q = q(z_1 - 0,8) = 10(z_1 - 0,8)$$

$$M = -\frac{q(z_1 - 0,8)^2}{2} = -5(z_1 - 0,8)^2$$

$\Rightarrow$  Biểu đồ lực cắt bậc 1, Biểu đồ mômen bậc 2

Với  $z_1=0,8m \Rightarrow Q_E=0; M_E=0$  ( $M$  đạt cực trị)

$$z_1=1,6m \Rightarrow Q_D=8 \text{ (kN)}; M_D=-3,2 \text{ (kNm)}$$

Đoạn CD: (hình 3a) Xét mặt cắt 2-2 ( $1,6 \leq z_2 \leq 4,4m$ )

Tại D có mômen tập trung  $M_2 \Rightarrow$  tại D:  $M$  có bước nhảy đi lên với giá trị  $M_2=10$

$$\text{Có: } N=0$$

$$Q = q(z_2 - 0,8) = 10(z_2 - 0,8)$$

$$M = -\frac{q(z_2 - 0,8)^2}{2} - M_2 = -5(z_2 - 0,8)^2 - 10$$

Biểu đồ lực cắt bậc 1, biểu đồ mômen bậc 2

Với  $z_2=1,6m \Rightarrow Q_D=8 \text{ (kN)}; M_D=-13,2 \text{ (kNm)}$

$$z_2=4,4m \Rightarrow Q_C=36 \text{ (kN)}; M_C=-74,8 \text{ (kNm)}$$

Đoạn BC: (hình 4a) Xét mặt cắt 3-3 ( $4,4 \leq z_3 \leq 4,8m$ )

$$\text{Có: } N=0$$

$$Q = 3,6q = 36 \text{ (kN)}$$

$$M = -M_2 - 3,6 \cdot q(z_3 - 2,6) = -10 - 36(z_3 - 2,6)$$

Biểu đồ lực cắt là hằng số; Biểu đồ mômen bậc nhất.

Với  $z_3=4,4m \Rightarrow M_C=-74,8 \text{ (kNm)}$

$$z_3=4,8m \Rightarrow M_D=-89,2 \text{ (kNm)}$$

Tại B có lực tập trung  $P_1 \Rightarrow$  Biểu đồ  $Q$  có bước nhảy đi lên với giá trị  $P_1=10$  và tại B có mômen tập trung  $M_1 \Rightarrow$  Biểu đồ mômen có bước nhảy đi xuống với giá trị  $M_1=5$

Đoạn AB: (hình 5a) Xét mặt cắt 4-4 ( $4,8m \leq z_4 \leq 6m$ )

Xét mặt cắt 4-4 ( $4,8m \leq z_4 \leq 6m$ )

$$N=0$$

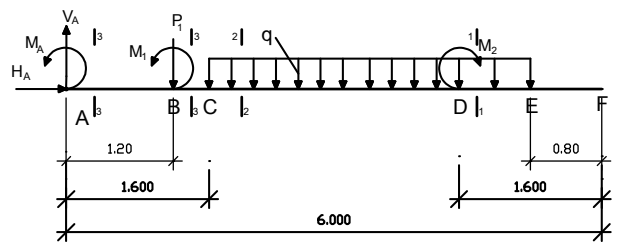
$$Q = P_1 + 3,6q = 46 \text{ (N)}$$

$$\begin{aligned} M &= M_1 - P_1 \cdot (z_4 - 4,8) - 3,6q(z_4 - 2,6) - M_2 \\ &= 5 - 10(z_4 - 4,8) - 36(z_4 - 2,6) - 10 \\ &= -10(z_4 - 4,8) - 36(z_4 - 2,6) - 5 = -46z_4 + 136,6 \end{aligned}$$

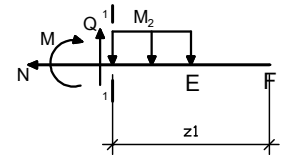
Biểu đồ lực cắt là hằng số, biểu đồ mômen là bậc 1:

$$\text{Với } z_4=4,8m \Rightarrow M_B=-84,2 \text{ (kNm)}$$

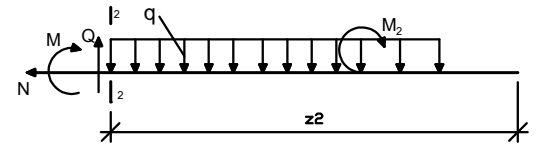
$$z_4=6m \Rightarrow M_A=-139,4 \text{ (kNm)}$$



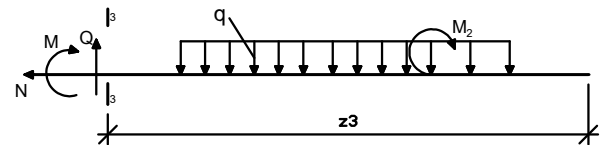
(hình 1a)



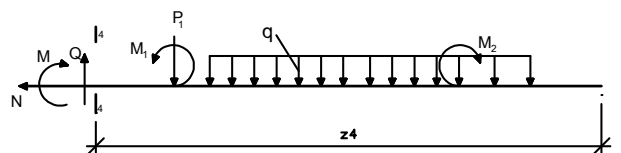
(hình 2a)



(hình 3a)

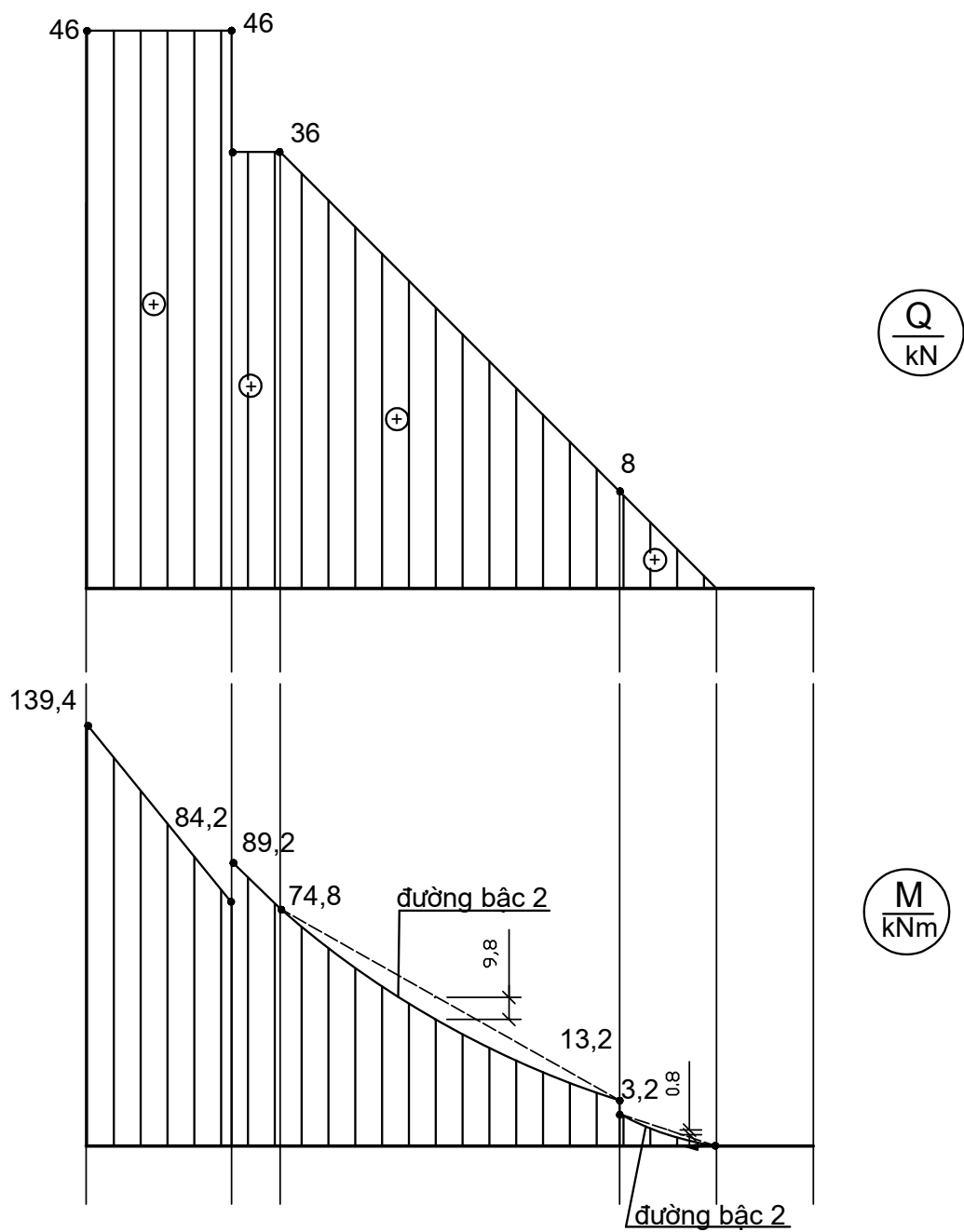
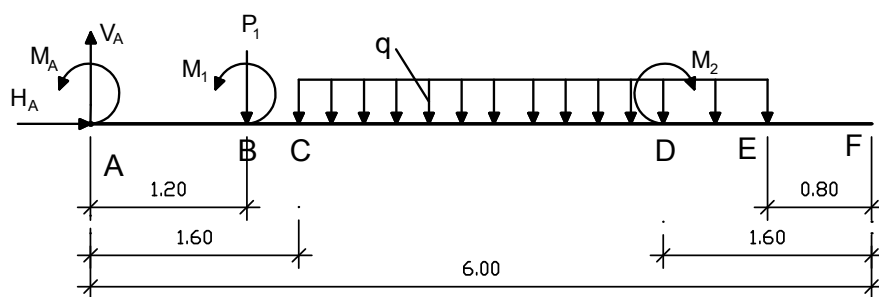


(hình 4a)



(hình 5a)

## BIỂU ĐỒ NỘI LỰC SƠ ĐỒ A



## Sơ đồ B

Thay các liên kết bằng các phản lực, ta có các phản lực của hệ dầm như hình vẽ 1b.

$$\sum Z=0 \Rightarrow H_A=0$$

$$\sum m_A=0 \Rightarrow -V_D \cdot 4 + P_1 \cdot 1,2 - M_1 + 3,2q \cdot 3,2 + M_2=0$$

$$\Rightarrow V_D = \frac{12 - 5 + 102,4 + 10}{4} = 29,85(kN)$$

$$\sum Y=0 \Rightarrow V_A + V_D = P_1 + 3,2 = 10 + 32 = 42$$

$$\Rightarrow V_A = 42 - 29,85 = 12,15(kN)$$

$\Rightarrow$  Các phản lực có chiều như hình vẽ là đúng.

Dầm được chia thành 5 đoạn AB, BC, CD, DE và EF như hình vẽ.

\* Đoạn EF: Xét mặt cắt 1-1 ( $0 \leq z_1 \leq 0,8m$ )

$N=0$  (không có lực dọc tác dụng)

$Q=0$  (không có lực phân bố hay lực tập trung tác dụng)

$M = -M_2 = -10kNm$  ( $M$  là hằng số và tại F có bước nhảy  $= M_2$  đi lên do có mômen tập trung  $M_2$  thuận kim đồng hồ)

\* Đoạn DE: Xét mặt cắt 2-2 ( $0,8m \leq z_2 \leq 1,6m$ )

$N=0$

$$Q = q(z_2 - 0,8) = 10(z_2 - 0,8)$$

$$M = -q \frac{(z_2 - 0,8)^2}{2} - M_2 = -5(z_2 - 0,8)^2 - 10$$

Biểu đồ lực cắt  $Q$  là bậc 1; biểu đồ mômen  $M$  là bậc 2

Với  $z_2 = 0,8m \Rightarrow Q_E = 0; M_E = -10$  (kNm) ( $M$  đạt cực trị do  $Q=0$ )

$$z_2 = 1,6m \Rightarrow Q_D = 8 \text{ (kN)}; M_D = -13,2 \text{ (kNm)}$$

\* Đoạn CD: Xét mặt cắt 3-3 ( $1,6m \leq z_3 \leq 4m$ )

$N=0$

$$Q = q(z_3 - 0,8) - V_B = 10(z_3 - 0,8) - 29,85$$

$$M = -M_2 + V_B(z_3 - 1,6) - q \frac{(z_3 - 0,8)^2}{2}$$

$$= -10 + 29,85(z_3 - 1,6) - 5(z_3 - 0,8)^2$$

Với  $z_3 = 1,6m \Rightarrow Q_D = -21,85 \text{ kN}; M_D = -13,2 \text{ kNm}$

$$z_3 = 4m \Rightarrow Q_C = 2,15 \text{ kN}; M_C = 10,44 \text{ kNm}$$

Ta có biểu đồ lực cắt là bậc nhất; biểu đồ mômen là bậc 2

$$\text{Ta có } Q=0 \Leftrightarrow 10(z - 0,8) - 29,85 = 0$$

$$\Rightarrow z = 3,785 \text{ (m)}$$

Khi đó  $M$  đạt cực trị  $M_{\max} \approx 10,67 \text{ (kNm)}$

Mặt khác  $M=0$  khi:

$$\Rightarrow -10 + 29,85(z_3 - 1,6) - 5(z_3 - 0,8)^2 = 0$$

$$\Rightarrow z_3 \approx 2,324$$

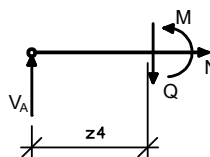
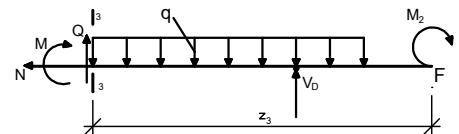
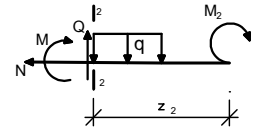
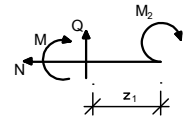
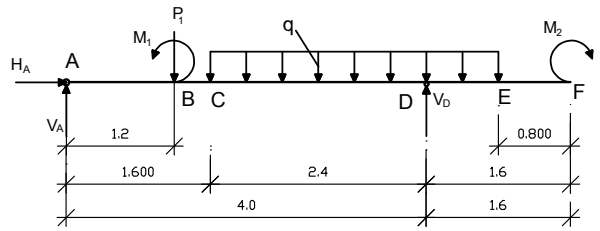
\* Đoạn AB: Xét mặt cắt 1-1 ( $0 \leq z_4 \leq 1,2m$ )

$N=0$

$$Q = V_A = 12,15(kN)$$

$$M = V_A \cdot z_4 = 12,15 \cdot z_4(kNm)$$

$\Rightarrow$  Biểu đồ lực cắt  $Q$  là hằng số; biểu đồ mômen



M là bậc 1

Với  $z_4=0 \Rightarrow M_A=0$

$z_4=1,2 \Rightarrow M_B=14,58 \text{ (kNm)}$

\* Trên đoạn BC ( $0 \leq z_5 \leq 0,4$ )

$N=0$

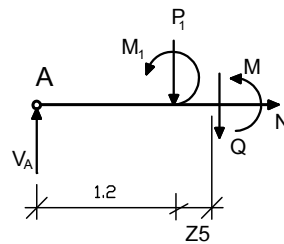
$Q = -P_1 + V_A = -10 + 12,15 = 2,15 \text{ (kN)}$

$M = (1,2 + z_5) \cdot V_A - M_1 - P_1 \cdot z_5 = 12,15(1,2 + z_5) - 5 - 10z_5$

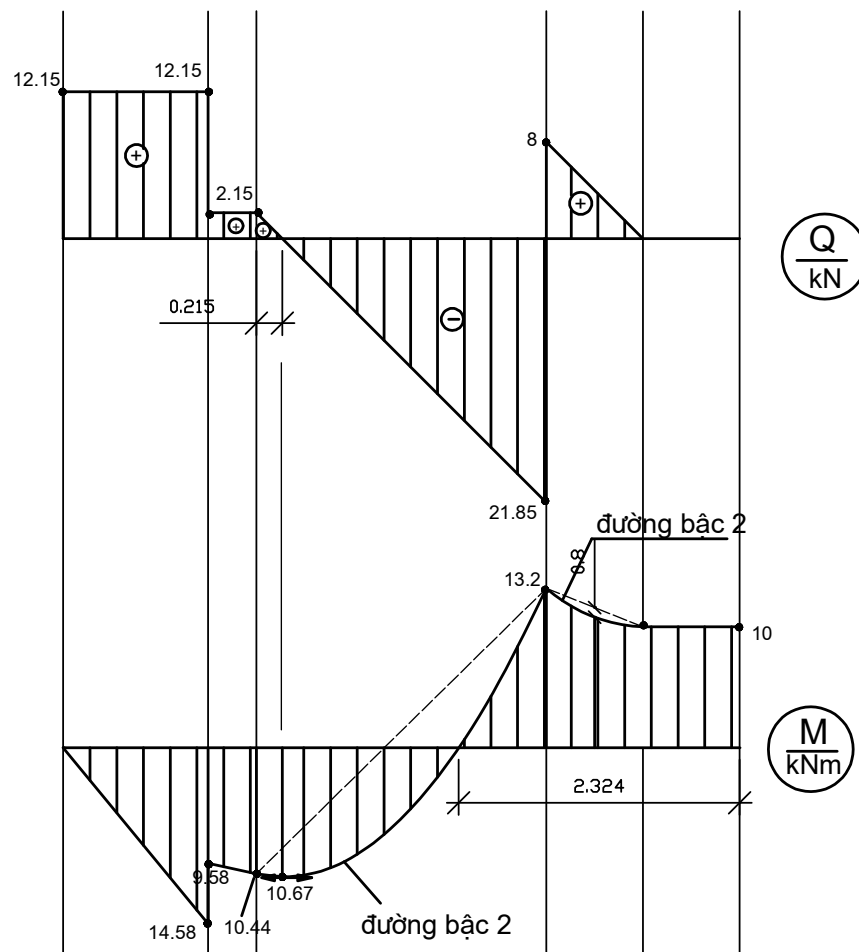
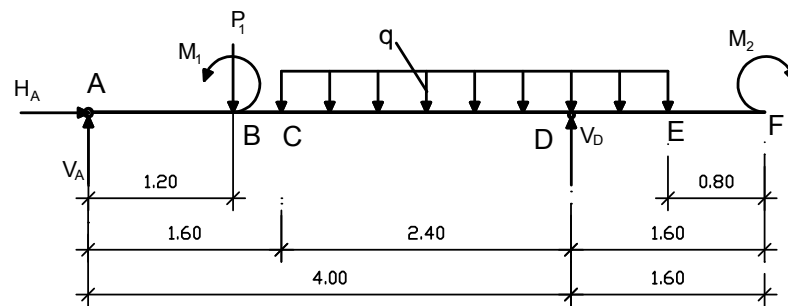
$\Rightarrow$  Biểu đồ lực cắt là hằng số; biểu đồ mô men là bậc 1

Với  $z_5=0 \Rightarrow M_B=9,58 \text{ (kNm)}$

$z_5=0,4 \Rightarrow M_C=10,44 \text{ (kNm)}$



### BIỂU ĐỒ NỘI LỰC SƠ ĐỒ B





### Sơ đồ C

Xét hệ dầm được chia thành 5 đoạn AB, BC, CD, DE và EF

Đoạn AB: không có tải trọng. Do vậy  
 $N=0$ ;  $Q=0$ ;  $M=0$ .

Đoạn BC: Xét mặt cắt 1-1 với  $0 \leq z_1 \leq 0,4\text{m}$

$$N=0$$

$$Q = -P_1 = -10(\text{kN})$$

$$M = -M_1 - P_1 \cdot z_1 = -5 - 10z_1$$

Ta có biểu đồ Q là hằng số, biểu đồ M là bậc 1.

Với  $z_1=0 \Rightarrow M_B = -5(\text{kNm})$

$$z_1=0,4 \Rightarrow M_C = -9(\text{kNm})$$

Đoạn CD: xét mặt cắt 2-2 với  $0 \leq z_2 \leq 2,8\text{m}$

Tại mặt cắt  $z_2$  có:

$$q_{z_2} = \frac{q \cdot z_2}{l} = \frac{10 \cdot z_2}{3,6} = \frac{25}{9} z_2 (\text{kN})$$

Ta có:  $N=0$

$$Q = -P_1 - \frac{1}{2} z_2 \cdot q_{z_2} = -10 - \frac{25}{18} \cdot z_2^2$$

$$M = -M_1 - P_1(z_2 + 0,4) - \frac{1}{3} z_2 \cdot z_2 \cdot q_{z_2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= -5 - 10z_2 - 4 - \frac{1}{6} z_2^3 \cdot \frac{25}{9} = -9 - 10z_2 - \frac{25}{54} z_2^3$$

Biểu đồ lực cắt là bậc 2, biểu đồ mômen là bậc 3.

Với  $z_2=0 \Rightarrow Q_C = -10(\text{kN})$ ;  $M_C = -9(\text{kNm})$

$$z_2=2,8 \Rightarrow Q_D \approx -20,89(\text{kN}); M_D = -47,16(\text{kNm})$$

Q đạt cực đại tại  $z_2=0$

Đoạn DE: Xét mặt cắt 3-3 với  $0 \leq z_3 \leq 0,8\text{m}$

$$N=0$$

$$Q = -P_1 - \frac{1}{2} q_{z_3} (z_3 + 2,8)$$

$$= -10 - \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{9} (z_3 + 2,8)^2 = -10 - \frac{25}{18} (z_3 + 2,8)^2$$

$$M = -M_1 - P_1(z_3 + 3,2) - \frac{1}{6} (z_3 + 2,8)^2 \cdot \frac{25}{9} - M_2$$

$$= -15 - 10(3,2 + z_3) - \frac{25}{54} (z_3 + 2,8)^2$$

Với  $z_3=0 \Rightarrow$

$$Q_D = -10 - \frac{25}{18} \cdot 2,8^2 \approx -20,89(\text{kN}) \text{ (Q đạt cực}$$

đại);  $M_D = -76,6(\text{kNm})$

Với  $z_3=0,4 \Rightarrow Q_E = -24,22(\text{kN})$ ;  $M_E = -66,17(\text{kNm})$

Đoạn EF: Xét mặt cắt 4-4 với  $0 \leq z_4 \leq 0,8\text{m}$

$$N=0$$

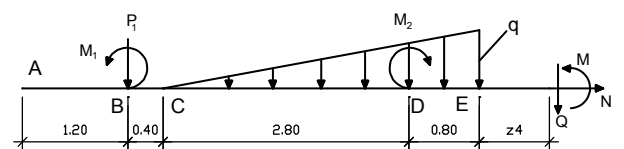
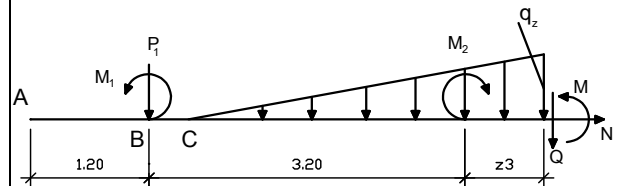
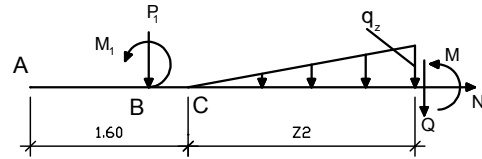
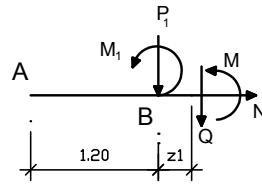
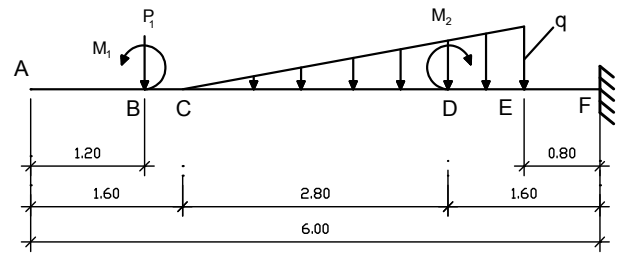
$$Q = -P_1 - \frac{q \cdot 3,6}{2} = -10 - 18 = -28(\text{kN})$$

$$M = -M_1 - M_2 - P_1(z_4 + 4) - \frac{1}{2} q \cdot 3,6(z_4 + 1,2)$$

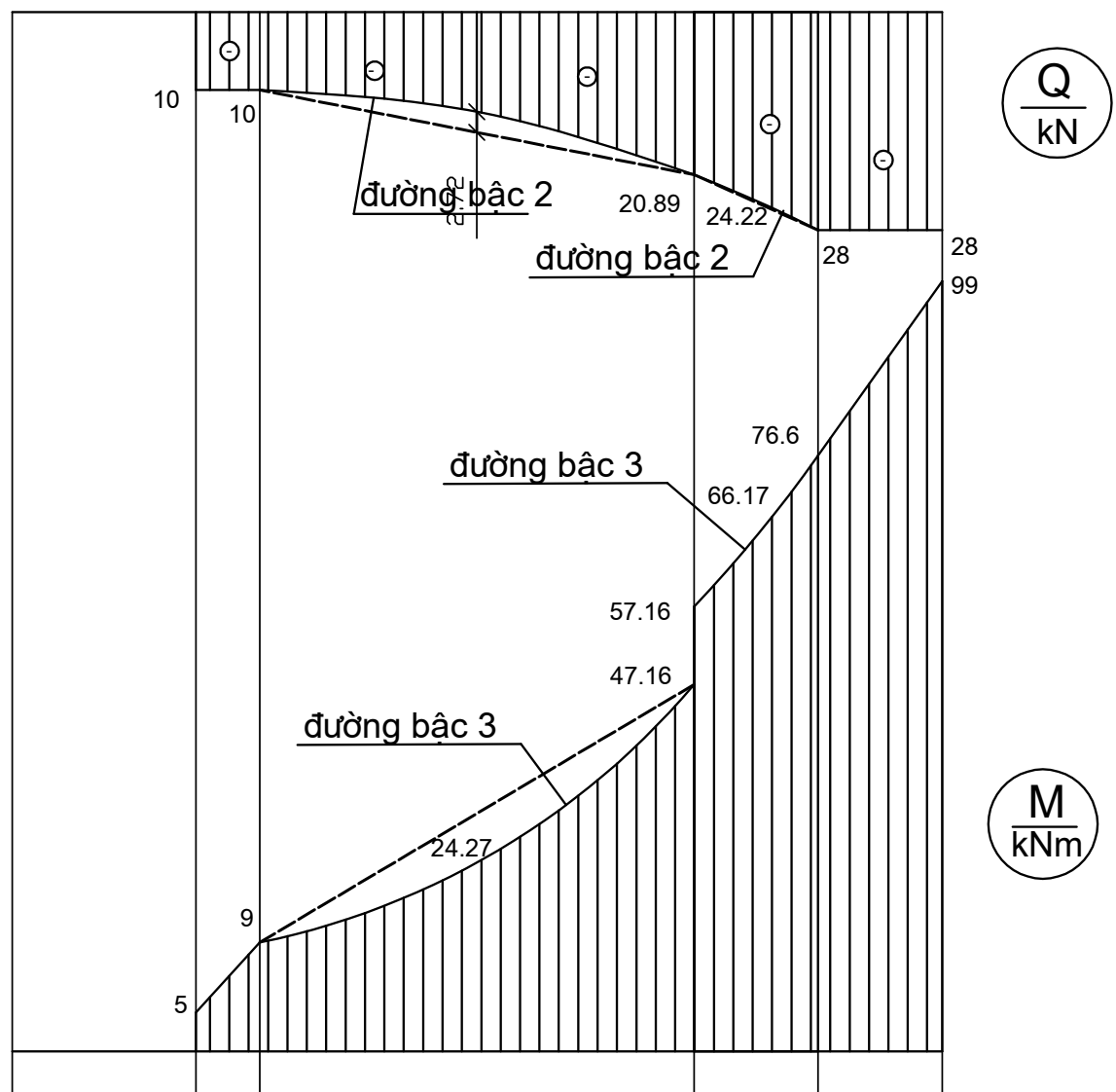
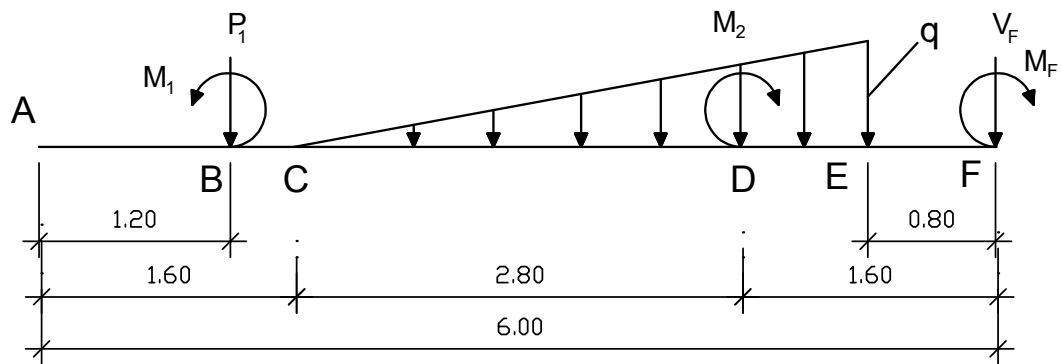
$$= -15 - 40 - 21,6 - 28z_4 = -76,6 - 28z_4$$

Với  $z_4=0 \Rightarrow M_E = -76,6(\text{kNm})$

Với  $z_4=0,8 \Rightarrow M_F = -99(\text{kNm})$



# BIỂU ĐỒ NỘI LỰC SƠ ĐỒ C



### Sơ đồ D

Hệ dầm gồm 1 dầm chính ABCD và 1 dầm phụ DEF

Coi dầm phụ tựa lên dầm chính, phản lực tác dụng tại khớp D và E như hình vẽ.

- Xét dầm phụ DEF

$$\text{Ta có } \sum m_D = 0 \Rightarrow 0,8V_E - M_2 + 0,8 \cdot q \cdot 0,4 = 0$$

$$\Rightarrow V_E = \frac{-3,2 + M_2}{0,8} = \frac{-3,2 + 10}{0,8} = 8,5 \text{ (kN)}$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow V_D = V_E + 0,8 \cdot q = 16,5 \text{ (kN)}$$

Đoạn DE: xét mặt cắt 1-1 với  $0 \leq z_1 \leq 0,8\text{m}$   
 $N = 0$

$$Q = V_D - z_1 \cdot q = 16,5 - 10z_1$$

$$M = z_1 \cdot V_D - q \cdot \frac{z_1^2}{2} = 16,5 \cdot z_1 - 5z_1^2$$

$$\text{Với } z_1 = 0 \Rightarrow Q_E = 16,5 \text{ (kN)}; M_E = 0$$

$$z_1 = 0,8 \Rightarrow Q_D = 8,5 \text{ (kN)}; M_D = 10 \text{ (kNm)}$$

Đoạn EF: xét mặt cắt 2-2 với  $0 \leq z_2 \leq 0,8\text{m}$   
 $N = 0$

$$Q = V_D - V_E - q \cdot 0,8 = 16,5 - 8,5 - 8 = 0$$

$$\begin{aligned} M &= V_D \cdot (0,8 + z_2) - V_E \cdot z_2 - q \cdot 0,8(z_2 + 0,4) \\ &= 16,5(0,8 + z_2) - 8,5z_2 - 8(z_2 + 0,4) \\ &= 16,5 \cdot 0,8 + 8 \cdot 0,4 = 10 \text{ (kNm)} \end{aligned}$$

- Xét dầm chính ABCD

Đoạn CD với mặt cắt 3-3 ( $0 \leq z_3 \leq 2,4$ )

$$N = 0$$

$$Q = +V_D + q \cdot z_3 = 16,5 + 10z_3$$

$$M = -V_D \cdot z_3 - q \cdot \frac{z_3^2}{2} = -16,5 \cdot z_3 - 5 \cdot z_3^2$$

$$z_3 = 0 \Rightarrow Q_D = 16,5 \text{ kN}; M_D = 0$$

$$z_3 = 2,4 \Rightarrow Q_C = 40,5 \text{ (kN)}; M_C = -68,4 \text{ (kNm)}$$

Đoạn BC xét mặt cắt 4-4 ( $0 \leq z_4 \leq 0,4$ )

$$N = 0$$

$$Q = V_D + 2,4 \cdot q = 40,5 \text{ (kN)}$$

$$\begin{aligned} M &= -V_D \cdot (z_4 + 2,4) - 2,4q(z_4 + 1,2) \\ &= -16,5 \cdot (z_4 + 2,4) - 24(z_4 + 1,2) \end{aligned}$$

$$\text{Với } z_4 = 0 \Rightarrow M_C = -68,4 \text{ (kNm)}$$

$$z_4 = 0,4 \Rightarrow M_B = -84,6 \text{ (kNm)}$$

Đoạn AB: xét mặt cắt 5-5 ( $0 \leq z_5 \leq 1,2$ )

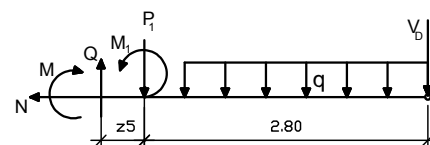
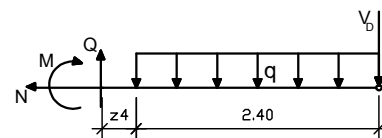
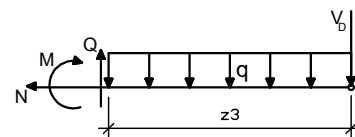
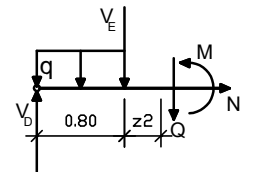
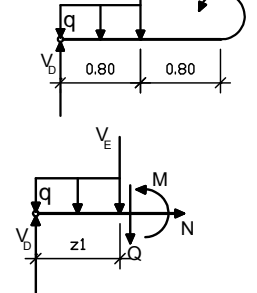
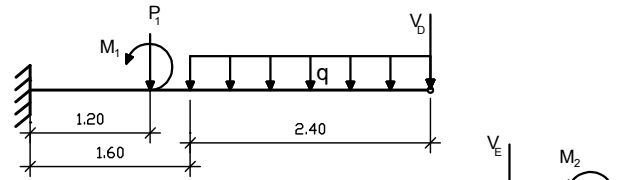
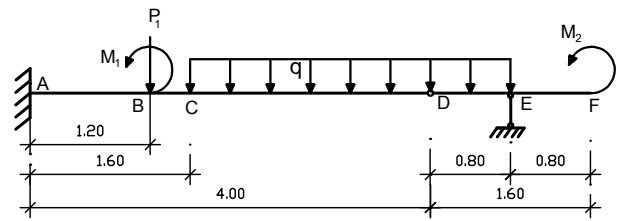
$$N = 0$$

$$Q = P_1 + V_D + 2,4 \cdot q = 10 + 40,5 = 50,5 \text{ (kN)}$$

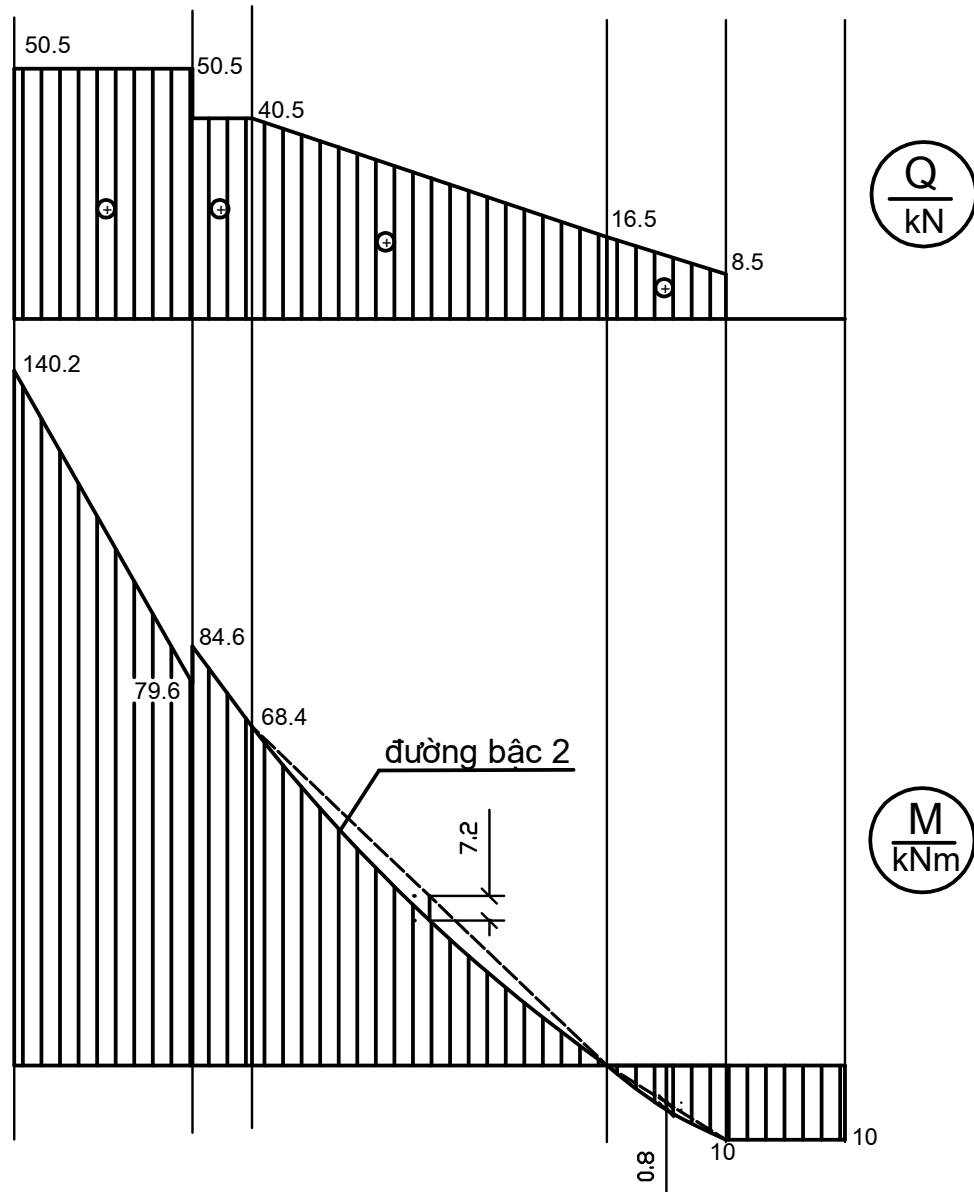
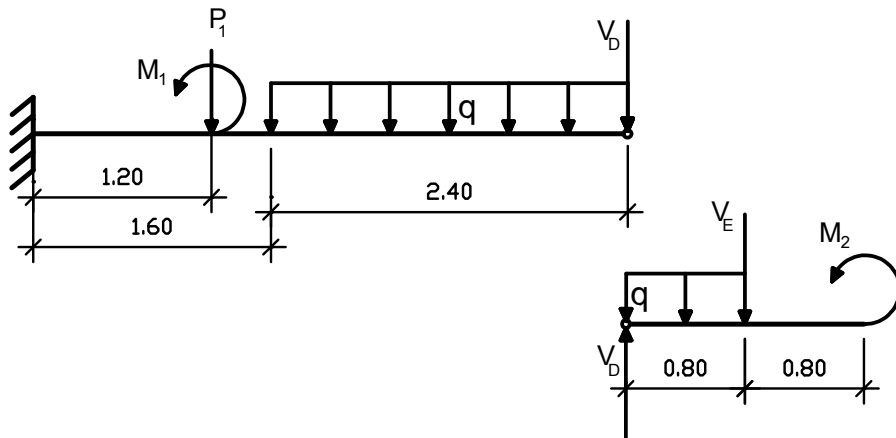
$$\begin{aligned} M &= -q \cdot 2,4(z_5 + 1,6) - P_1 \cdot z_5 + M_1 - V_D(2,8 + z_5) \\ &= -2,4(z_5 + 1,6) - 10z_5 + 5 - 16,5(2,8 + z_5) \\ &= -50,5z_5 - 79,6 \end{aligned}$$

$$\text{Với } z_5 = 0 \Rightarrow M_B = -79,6 \text{ (kNm)}$$

$$z_5 = 1,2 \Rightarrow M_A = -140,2 \text{ (kNm)}$$



# BIỂU ĐỒ NỘI LỰC SƠ ĐỒ D



## Sơ đồ E

+ Xác định phản lực tại các gối tựa

Thay các liên kết bằng các phản lực liên kết như hình vẽ

$$\sum Z=0 \Rightarrow H_A=0,8.q=0,8.10=8(kN)$$

$$\sum Y=0 \Rightarrow -V_A+V_E=P_1+1,6.q$$

$$=10+1,6.10=26(kN)$$

$$\sum m_A=0 \Rightarrow$$

$$2,4.V_E=3,2.1,6.q+M_2+0,4.0,8.q+P_1.1,2-M_1$$

$$=3,2.1,6.10+10+0,4.0,8.10+10.1,2-5$$

$$\Rightarrow V_E=29,75(kN)$$

$$\Rightarrow V_A=-29,75-26=3,75(kN)$$

Khung được chia làm 4 đoạn AB, BC, CD, DE

+ Vẽ biểu đồ nội lực (N, Q, M)

- Đoạn AB: Xét mặt cắt 1-1 ( $0 \leq z_1 \leq 1,2m$ )

$$\text{Ta có } N=-H_A=-8(kN)$$

$$Q=-V_A=-3,75(kN)$$

$$M=-V_A z_1$$

Ta thấy biểu đồ N là hằng số, Biểu đồ Q là hằng số, Biểu đồ mômen là bậc 1

$$\text{Với } z_1=0 \Rightarrow M_A=0$$

$$z_1=1,2 \Rightarrow M_B=-4,5(kNm)$$

- Đoạn BC: Xét mặt cắt 2-2 ( $1,2 \leq z_2 \leq 4m$ )

$$\text{Ta có } N=-H_A=-8(kN)$$

$$Q=-V_A-P_1=-3,75-10=-13,75(kN)$$

$$M=-V_A z_2-M_1-P_1(z_2-1,2)$$

$$=-3,75.z_2-5-10(z_2-1,2)$$

$$=-13,75z_2+7$$

Biểu đồ N và biểu đồ Q là hằng số, biểu đồ M là bậc 1

$$\text{Với } z_2=1,2m \Rightarrow M_B=-9,5(kNm)$$

$$z_2=4m \Rightarrow M_C=-48(kNm)$$

- Đoạn CD: Xét mặt cắt 3-3 ( $0 \leq z_3 \leq 0,8$ )

$$N=-V_A-P_1=-3,75-10=-13,75(kN)$$

$$Q=H_A-q.z_3=8-10z_3$$

$$M = -\frac{1}{2}.q.z_3^2 + H_A.z_3 - M_1 - 4V_A - P_1.2,8$$

$$= -5.z_3^2 + 8.z_3 - 5 - 4.3,75 - 10.2,8$$

$$= -5z_3^2 + 8z_3 - 48$$

Ta thấy Biểu đồ lực dọc là hằng số.

Biểu đồ lực cắt là bậc 1

Biểu đồ mômen là bậc 2

$$\text{Với } z_3=0 \Rightarrow Q_C=8(kN); M_C=-48(kNm)$$

$$z_3=0,8 \Rightarrow Q_D=0; M_{Dmin}=-44,8(kNm)$$

- Đoạn DE: Xét mặt cắt 4-4 ( $0 \leq z_4 \leq 1,6$ )

$$N=0$$

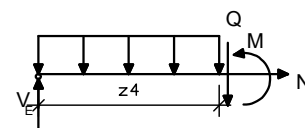
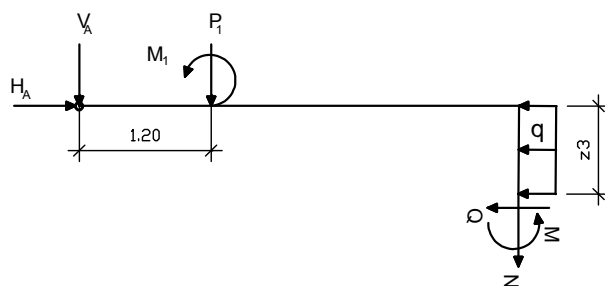
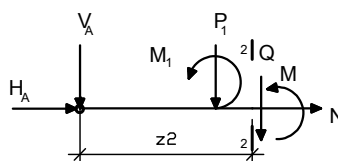
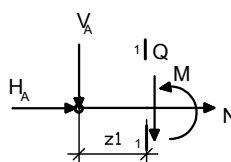
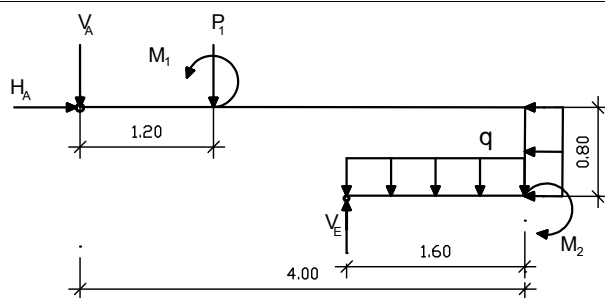
$$Q=V_E-q.z_4=29,75-10z_4$$

$$M = V_E z_4 - \frac{1}{2} q.z_4^2 = 29,75.z_4 - 5z_4^2$$

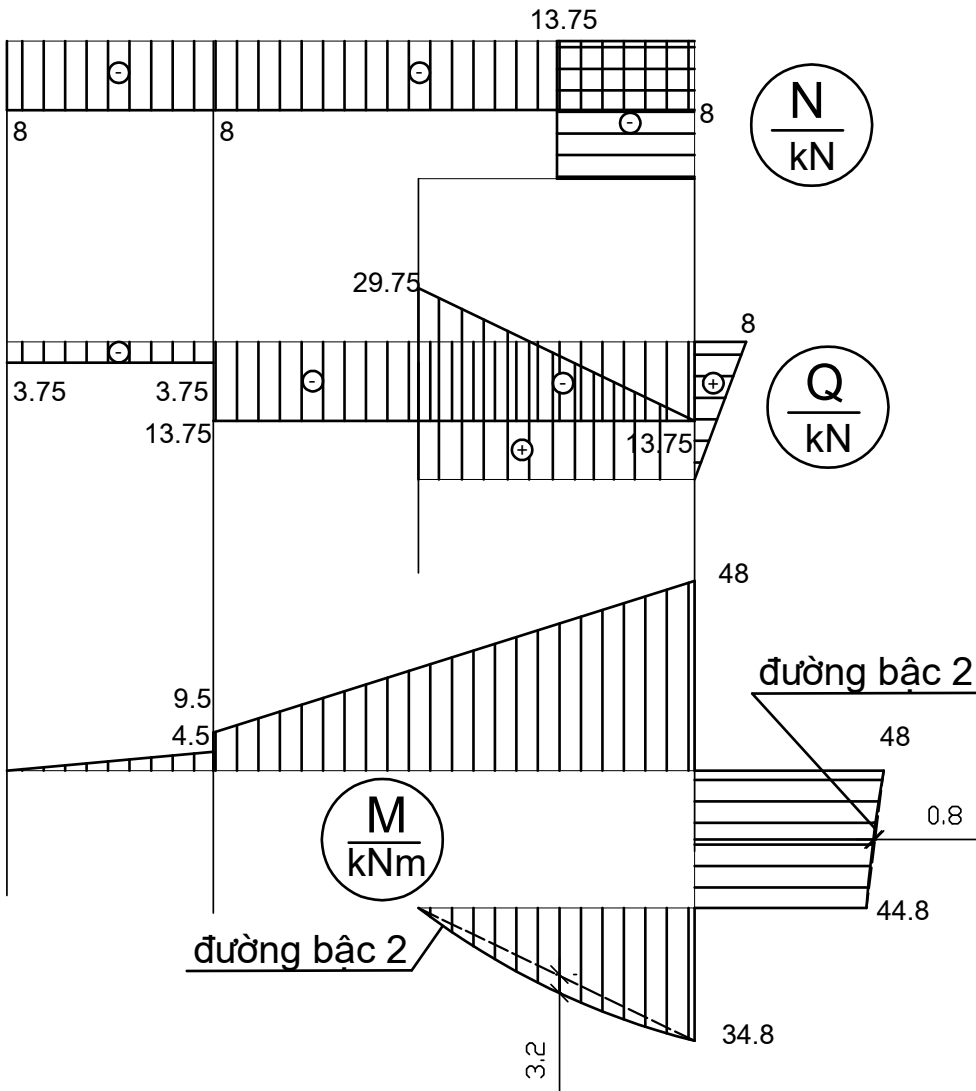
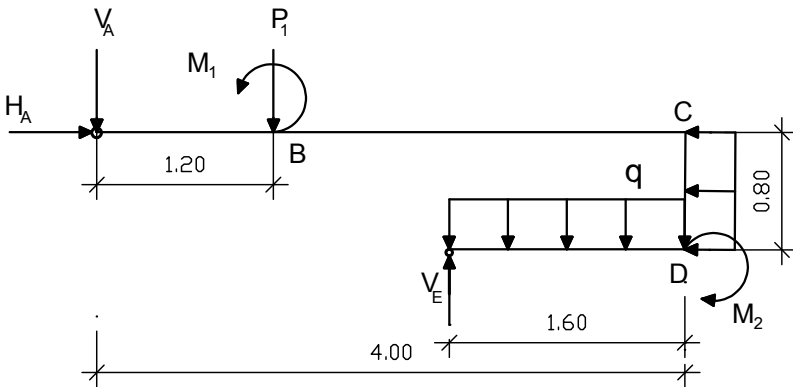
Ta thấy biểu đồ Q là bậc 1, Biểu đồ M là bậc 2

$$\text{Với } z_4=0 \Rightarrow Q_E=29,75(kN); M_E=0$$

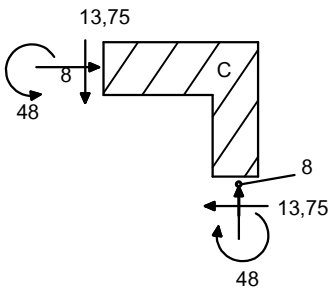
$$z_4=1,6 \Rightarrow Q_D=13,75(kN); M_E=34,8(kNm)$$



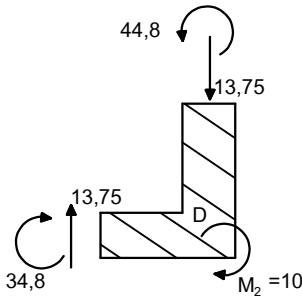
## BIỂU ĐỒ NỘI LỰC SƠ ĐỒ E



## CÂN BẰNG NÚT C



## CÂN BẰNG NÚT D



## Sơ đồ F

+ Xác định phản lực tại các gối tựa

Thay các liên kết bằng các phản lực liên kết như hình vẽ

$$\sum Z=0 \Rightarrow H_F=P_1=10(\text{kN})$$

$$\sum Y=0 \Rightarrow V_A+V_F=3,2 \cdot q=32(\text{kN})$$

$$\sum m_A=0 \Rightarrow$$

$$2,8 \cdot V_F=+H_F \cdot 0,8+q \cdot 3,2 \cdot 2,8-M_1-M_2-P_1 \cdot 1,2$$

$$=10 \cdot 0,8+10 \cdot 3,2 \cdot 2,8-5-10-10 \cdot 1,2=70,6(\text{kNm})$$

$$\Rightarrow V_F \approx 25,214 \Rightarrow V_A=6,786(\text{kN})$$

Ta chia khung thành 5 đoạn AB, BC, CD, BE và CF

- Đoạn AB: Xét mặt cắt 1-1 ( $0 \leq z_1 \leq 1,2\text{m}$ )

$$N=0$$

$$Q=V_A=6,786(\text{kN})$$

$$M=V_A \cdot z_1=6,786 \cdot z_1$$

Ta thấy biểu đồ lực cắt là hằng số.

Biểu đồ mômen là bậc 1

$$\text{Với } z_1=0 \Rightarrow M_A=0$$

$$z_1=1,2 \Rightarrow M_B=8,143(\text{kNm})$$

- Đoạn BE: Xét mặt cắt 2-2 ( $0 \leq z_2 \leq 1,2\text{m}$ )

$$N=0$$

$$Q=-P_1=-10(\text{kN}) \text{ (Biểu đồ lực cắt là hằng số)}$$

$$M=P_1 z_2=10 z_2 \text{ (Biểu đồ mômen là bậc 1)}$$

$$\Rightarrow z_2=0 \Rightarrow M_B=0$$

$$z_2=1,2 \Rightarrow M_E=12(\text{kNm})$$

- Đoạn CF: Xét mặt cắt 3-3 ( $0 \leq z_3 \leq 0,8$ )

$$N=0-V_F=-25,214(\text{kN})$$

$$Q=H_F=10(\text{kN})$$

$$M=M_2-H_F \cdot z_3=10-10 \cdot z_3$$

$$\text{Với } z_3=0 \Rightarrow M_C=10$$

$$z_3=0,8 \Rightarrow M_F=2(\text{kNm})$$

- Đoạn CD: Xét mặt cắt 4-4 ( $0 \leq z_4 \leq 1,6$ )

$$N=0$$

$$Q=q \cdot z_4=10 z_4$$

$$M=-\frac{1}{2} q \cdot z_4^2=-5 z_4^2$$

Biểu đồ lực cắt là bậc 1, Biểu đồ mômen là bậc 2

$$\text{Với } z_4=0 \Rightarrow Q_D=0; M \text{ đạt cực trị } =0$$

$$z_4=1,6 \Rightarrow Q_C=16(\text{kN}); M_C=-12,8(\text{kNm})$$

- Đoạn BC: Xét mặt cắt 5-5 ( $0 \leq z_5 \leq 1,6\text{m}$ )

$$N=-P_1=-10(\text{kN})$$

$$Q=V_A-q \cdot z_5=6,786-10 z_5$$

$$M=V_A(1,2+z_5)-M_1-\frac{1}{2} q \cdot z_5^2-P_1 \cdot 1,2$$

$$=6,786(1,2+z_5)-5-5 \cdot z_5^2-12$$

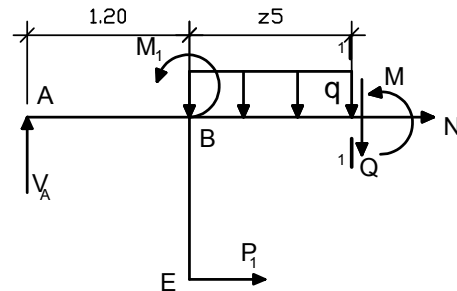
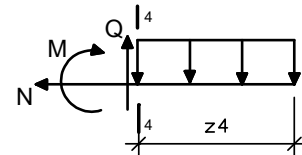
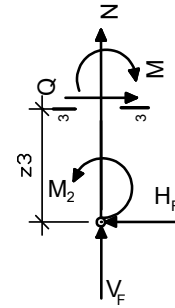
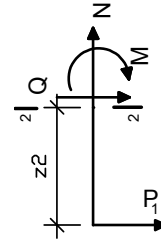
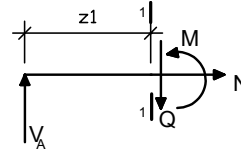
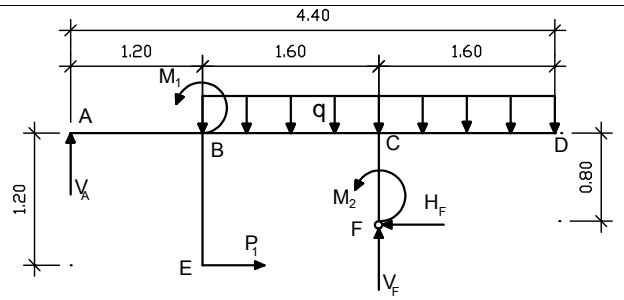
$$=-5 z_5^2+6,786 z_5-8,857$$

$$Q=0 \Leftrightarrow z_5=0,6786\text{m} \text{ khi đó } M \text{ đạt cực trị}$$

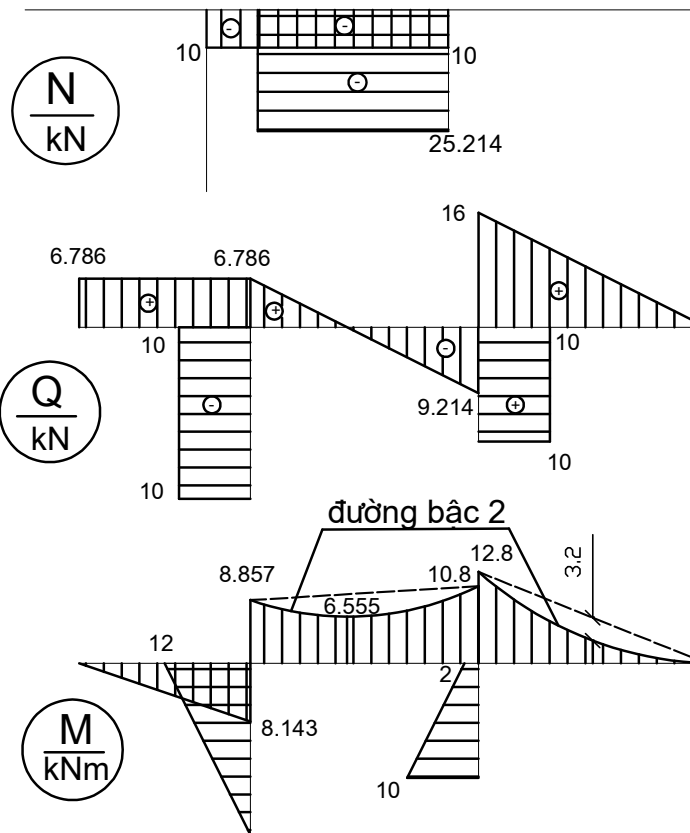
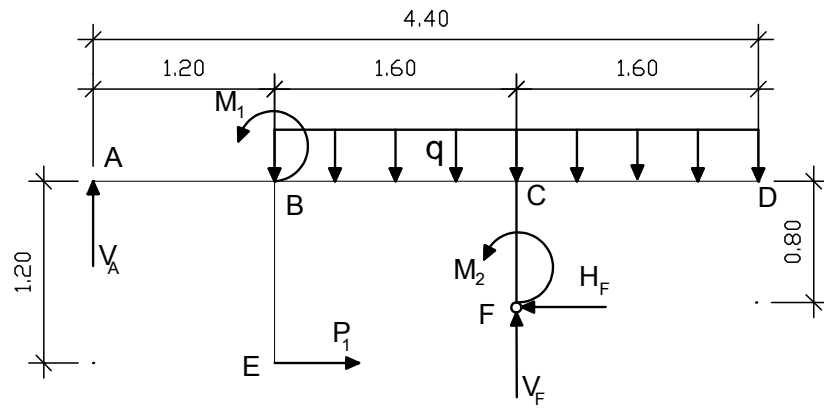
$$M_{\text{cực trị}}=-6,555(\text{kNm})$$

$$\text{Với } z_5=0 \Rightarrow Q_B=6,786(\text{kN}); M_B=-8,857(\text{kNm})$$

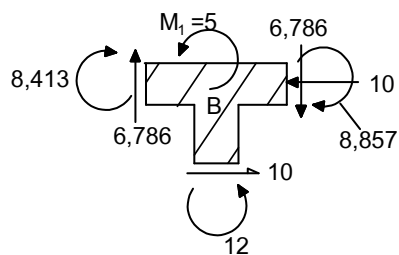
$$z_5=1,6\text{m} \Rightarrow Q_C=-9,214(\text{kN}); M_C=-10,799(\text{kNm})$$



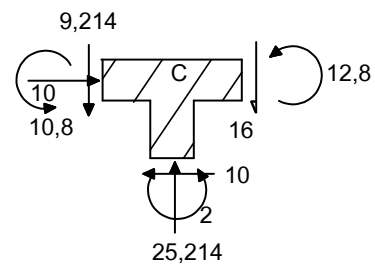
## BIỂU ĐỒ NỘI LỰC SƠ ĐỒ F



CÂN BẰNG NÚT B



CÂN BẰNG NÚT C





### Sơ đồ H

+ **Xác định các phản lực tại các gối A và E**

Thay các liên kết bằng các phản lực liên kết như hình vẽ 1h

Ta có  $\sum Z=0 \Rightarrow H_A=0$

$\sum m_A=0 \Rightarrow$

$$V_E = \frac{M_1 + M_2 + 4.P_1}{5,6} = \frac{5 + 10 + 4.10}{5,6} = 9,82(kN)$$

$\sum Y=0 \Rightarrow V_A=0,18(kN)$

- Ta chia khung thành 4 đoạn AB, BC, CD, DE như hình vẽ

Xét đoạn AB:  $(0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{2})$

Ta có  $N=V_A.\cos\varphi_1=0,18.\cos\varphi_1$

$Q=V_A.\sin\varphi_1=0,18.\sin\varphi_1$

$M=V_A(1,2-1,2\cos\varphi_1)$   
 $=1,2V_A.(1-\cos\varphi_1)=0,22.(1-\cos\varphi_1)$

Bảng biến thiên theo  $\varphi_1$

$\varphi_1[\text{rad}]$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
N(kN)	0,18	0,156	0,127	0,09	0
Q(kN)	0	0,09	0,127	0,156	0,18
M(kNm)	0	0,03	0,064	0,11	0,22

Xét đoạn BC:  $(0 \leq \varphi_2 \leq \frac{\pi}{2})$

Ta có  $N=-V_A.\sin\varphi_2=-0,18.\sin\varphi_2$

$Q=V_A.\cos\varphi_2=0,18.\cos\varphi_2$

$M=M_1+1,2V_A.(1+\sin\varphi_2)=5,22+0,22.\sin\varphi_2$

$Q=0 \Leftrightarrow \cos\varphi_2=0 \Rightarrow \varphi_2=\frac{\pi}{2}$  khi đó M đạt cực trị

$\Rightarrow M=5,44 \text{ (kNm)}$

Bảng biến thiên theo  $\varphi_2$

$\varphi_2 [\text{rad}]$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
N(kN)	0	-0,09	-0,127	-0,156	-0,18
Q(kN)	0,18	0,156	0,127	0,09	0
M(kNm)	5,22	5,33	5,376	5,41	5,44

Xét đoạn DE:  $(0 \leq \varphi_3 \leq \frac{\pi}{2})$

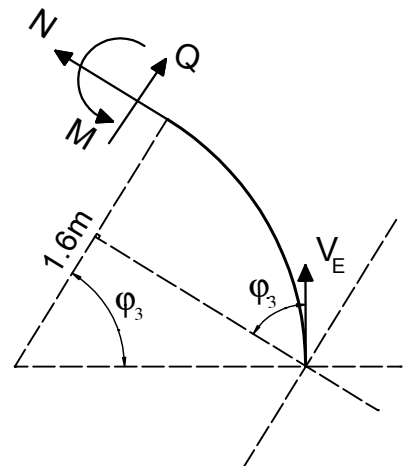
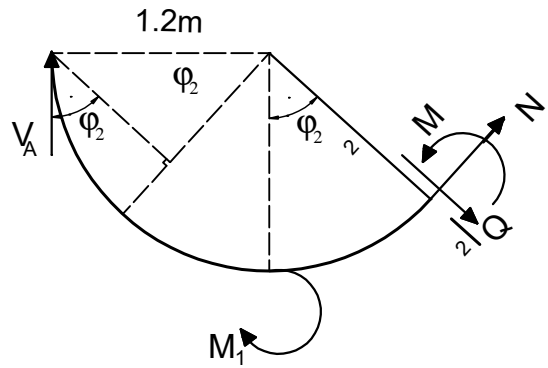
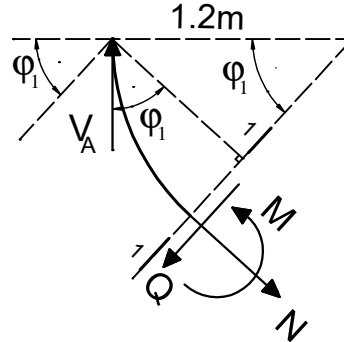
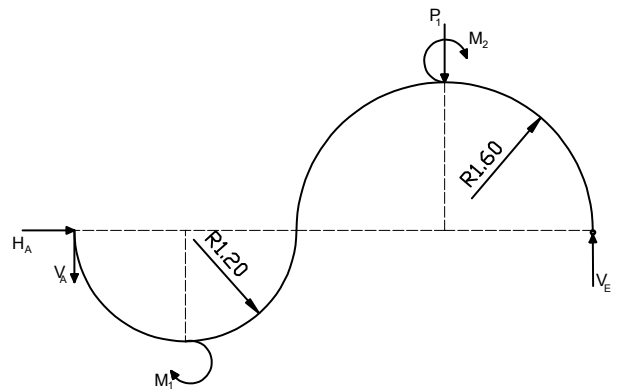
Ta có  $N=-V_E.\cos\varphi_3=-9,82.\cos\varphi_3$

$Q=-V_E.\sin\varphi_3=-9,82.\sin\varphi_3$

$M=-1,6V_E(1-\cos\varphi_3)=-15,71(1-\cos\varphi_3)$

Bảng biến thiên theo  $\varphi_3$

$\varphi_3 [\text{rad}]$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
N(kN)	-9,821	-8,505	-6,944	-4,911	0
Q(kN)	0	-4,911	-6,944	-8,505	-9,821
M(kNm)	0	-2,105	-4,603	-7,857	-15,714



Xét đoạn CD:  $(0 \leq \varphi_4 \leq \frac{\pi}{2})$

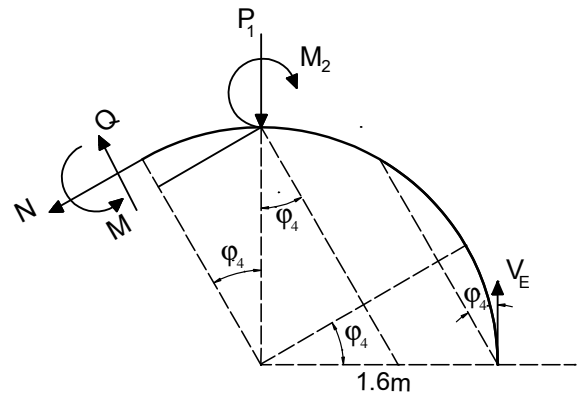
Ta có  $N = V_E \cdot \sin \varphi_4 - P_1 \sin \varphi_4 = -0,18 \cdot \sin \varphi_4$

$Q = -V_E \cdot \cos \varphi_4 + P_1 \cos \varphi_4 = 0,18 \cdot \cos \varphi_4$

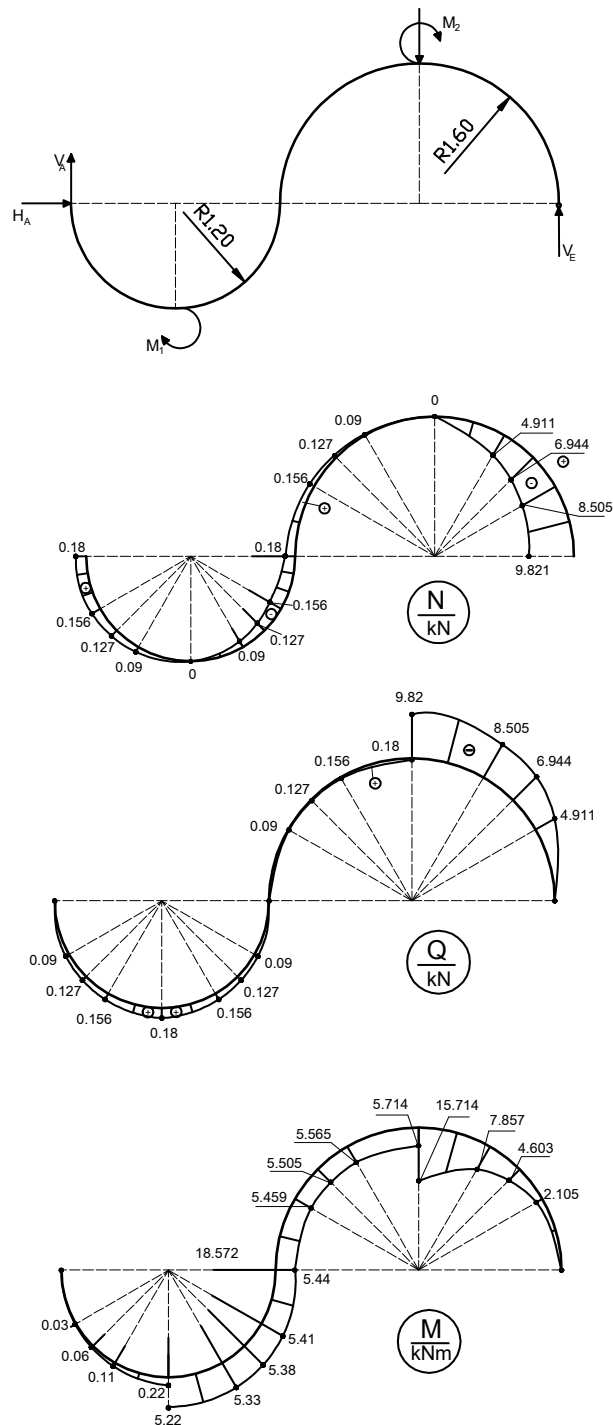
$M = M_2 - 1,6V_E \cdot (1 + \sin \varphi_4) + 1,6P_1 \cdot \sin \varphi_4$   
 $= -5,71 + 0,29 \sin \varphi_4$

Bảng biến thiên theo  $\varphi_4$

$\varphi_4$ [rad]	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
N(kN)	0	-0,09	-0,127	-0,155	-0,179
Q(kN)	0,179	0,155	0,127	0,09	0
M(kNm)	-5,714	-5,565	-5,505	-5,459	-5,44



## BIỂU ĐỒ NỘI LỰC SƠ ĐỒ H



### Sơ đồ G

Thay các liên kết bằng các phản lực liên kết như hình vẽ

Hợp lực của lực phân bố trên đoạn thanh cong HE là:  $F = q \cdot \overline{HE} \Rightarrow$

$$F = 2qr \sin \frac{\pi}{4} = 2 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2} (kN)$$

$$\sum Z = 0 \Rightarrow H_A = F \cos \frac{\pi}{4} = 8 (kN)$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow V_A = P_1 + F \sin \frac{\pi}{4} = 18 (kN)$$

$$\sum m_A = M_A + M_1 - M_2 - 1,2P_1 - F \cdot 1,6 \sin \frac{\pi}{4} = 0$$

$$\Rightarrow M_A = 29,8 (kNm)$$

Chia thanh thành 5 đoạn AB, BC, CD, DE và EH  
Đoạn EH:

Xét mặt cắt 1-1 ( $0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{2}$ )

Hợp lực của lực phân bố:

$$R = 2 \cdot q \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) = 16 \cdot \sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right)$$

Ta có:

$$N = R \cdot \sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) = 16 \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) = 8(1 - \cos\varphi_1)$$

$$Q = -R \cdot \cos\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) = -16 \cdot \sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) = -8\sin\varphi_1$$

$$M = -F \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) = 6,4(\cos\varphi_1 - 1)$$

$$Q=0 \Leftrightarrow \sin\varphi_1=0 \Rightarrow \varphi_1=0 \text{ khi đó } M_{\max}=0$$

Bảng biến thiên theo  $\varphi_1$

$\varphi_1$ [rad]	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
N(kN)	0	-1,072	-2,343	-4	-8
Q(kN)	0	-4	-5,657	-6,928	-8
M(kNm)	0	-0,857	-1,875	-3,2	-6,4

Đoạn DE: Xét mặt cắt 2-2 ( $0 \leq \varphi_2 \leq \frac{\pi}{2}$ )

$$\text{Ta có : } F = 2qr \sin \frac{\pi}{4} = 8\sqrt{2} (kN)$$

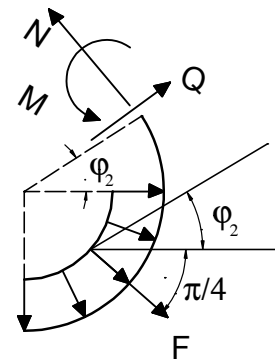
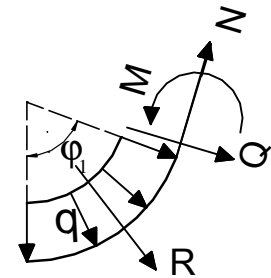
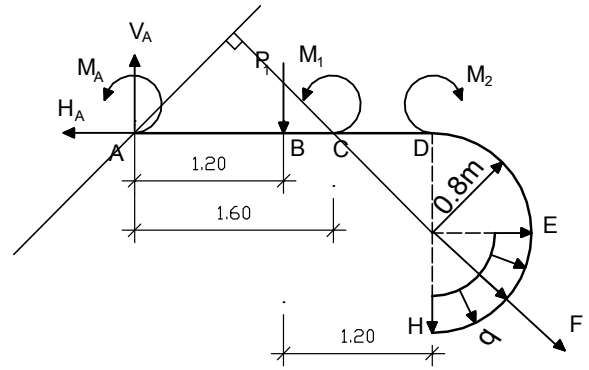
$$N = F \sin\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{4}\right) = 8\sqrt{2} \sin\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$Q = -F \cos\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{4}\right) = -8\sqrt{2} \cos\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$M = -Fr \sin\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{4}\right) = -6,4\sqrt{2} \sin\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{4}\right)$$

Bảng biến thiên theo  $\varphi_2$

$\varphi_2$ [rad]	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
N(kN)	8	10,93	11,31	10,93	8
Q(kN)	-8	-2,93	0	2,93	8
M(kNm)	-6,4	-8,74	-9,05	-8,74	-6,4



Đoạn AB: Xét mặt cắt 3-3 ( $0 \leq z_1 \leq 1,2$ )

$$N = H_A = 8(kN)$$

$$Q = V_A = 18(kN)$$

$$M = -M_A + V_A z_1 = -29,8 + 18z_1$$

$$\text{Với } z_1 = 0 \Rightarrow M_A = -29,8 kNm$$

$$z_1 = 1,2 \Rightarrow M_B = -8,2 kNm$$

Đoạn BC: Xét mặt cắt 4-4 ( $0 \leq z_2 \leq 0,4$ )

$$N = H_A = 8(kN)$$

$$Q = V_A - P_1 = 8(kN)$$

$$M = -M_A + V_A (1,2 + z_2) - P_1 z_2 = -8,2 + 8z_2$$

$$\text{Với } z_2 = 0 \Rightarrow M_B = -8,2 kNm$$

$$z_2 = 0,4 \Rightarrow M_C = -5 kNm$$

Đoạn CD: Xét mặt cắt 5-5 ( $0 \leq z_3 \leq 0,8$ )

$$N = H_A = 8(kN)$$

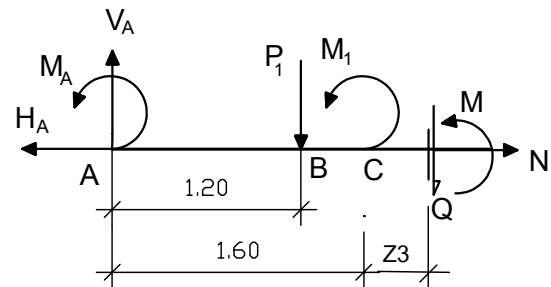
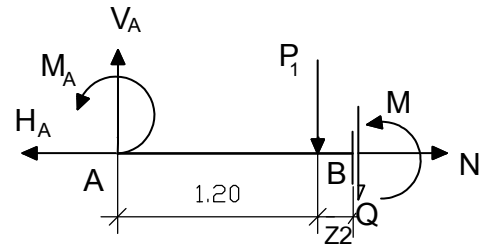
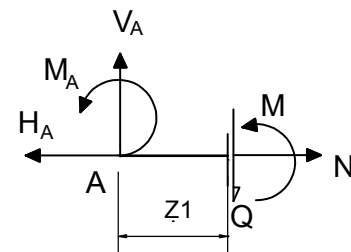
$$Q = V_A - P_1 = 8(kN)$$

$$M = -M_A + V_A (1,6 + z_3) - P_1 (0,4 + z_3) - M_1$$

$$\Rightarrow M = -10 + 8z_3$$

$$\text{Với } z_3 = 0 \Rightarrow M_C = -10 kNm$$

$$z_3 = 0,8 \Rightarrow M_D = -3,6 kNm$$



## BIỂU ĐỒ NỘI LỰC SƠ ĐỒ H

