CHƯƠNG 3 : TÌM LỜI GIẢI BẰNG SOLVER (2 TIẾT)

1. Khái niệm về bài toán đúng dần :

Trong thực tế công tác thiết kế đường ô tô có rất nhiều công việc, nhiều bài toán không có lời giải chính tắc. Để tìm được lời giải tối ưu (Oftiman) thường phải sử dụng phương pháp đúng dần (hay mò dần). Với các bài toán đơn giản, thường có thể giả thiết giá trị một số biến số, sau đó tính toán các quá trình trung gian, kiểm toán các điều kiện biên và cuối cùng kiểm tra tính hợp lý của kết quả. Nếu kết quả tính toán chưa phù hợp, lại giả thiết lại các giá trị ban đầu & lặp lại toàn bộ quá trình . . .

VD : chúng ta chỉ có lời giải chính tắc cho 1 phương trình bậc 3, phương trình bậc 4 dạng đặc biệt; Với phương trình bậc 4 bất kỳ, phương trình bậc 5 trở lên không có lời giải chính tắc. Để có thể tìm được nghiệm của các đa thức bất kỳ nói trên, thường phải sử dụng phương pháp đúng dần sau đây :

- Thử dần các giá trị x_i để đa thức F(x) đổi dấu;
- Giả sử trong khoảng x_i, x_{i+1} nếu đa thức F(x) liên tục & đổi dấu (từ âm sang dương hoặc ngược lại) thì chắc chắn trong khoảng (x_i, x_{i+1}) đa thức có ít nhất một nghiệm.
- Lúc này lại tính giá trị của F(x) tại $x = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$, nếu giá trị của F(x) tại đây ngược dấu với $F(x_i)$ thì khoảng nghiệm lại từ x_i đến $\frac{x_i + x_{i+1}}{2}$ & ngược lại.

Bằng cách chia đôi dần khoảng nghiệm như vậy, cuối cùng sẽ tìm được nghiệm của đa thức trong khoảng (x_i, x_{i+1}). Chính vì vậy mà phương pháp đúng dần này còn được gọi là phương pháp chia đôi.

Một ví dụ khác : khi vẽ biểu đồ vận tốc xe chạy lý thuyết chúng ta sẽ gặp phải trường hợp như sau :

Trường hợp 1 : xe đang tăng tốc lại gặp phải 1 đoạn hạn chế tốc độ, lúc này không thể tính được chiều dài tăng tốc của đoạn trước, chiều dài hãm xe của đoạn sau vì chưa biết được tốc tộ tại cuối đoạn tăng tốc (cũng là tốc độ đầu đoạn hãm xe). Vì thế, phải giả thiết giá trị tốc độ tại đây, sau đó tính toán chiều dài tăng tốc, hãm xe và cuối cùng kiểm tra lại tổng chiều dài 2 đoạn này xem có bằng đúng chiều dài đoạn dốc hay không. Nếu 2 trị số này không bằng nhau, lại giả thiết lại vận tốc, tính toán lại toàn bộ quá trình trên . . .

Trường hợp 2 : xe đang giảm tốc lại gặp phải 1 đoạn hạn chế tốc độ, cách tìm lời giải tương tự như trường hợp trên.

Với các bài toán có quá trình tính toán phức tạp, cách làm trên rất mất thời gian, và đôi khi không thể thực hiện được vì khối lượng tính toán quá lớn. Để có thể tìm được lời giải tối ưu cho loại bài toán này, như chúng ta đã biết trong toán học đã xây dựng Lý thuyết tối ưu.

2. Mô hình bài toán đúng dần :

Để có thể giải được bài toán đúng dần theo lý thuyết tối ưu, phải xác định được các vấn đề sau đây :

➊ ***Xác định phương trình của hàm mục tiêu F :*** hàm mục tiêu F có thể là 1 hàm có nhiều biến số song phương trình của nó phải được xác định để có thể kiểm tra được mức độ thoả mãn mục tiêu của Hàm sau mỗi lần tính lặp.

➋ ***Xác định mục tiêu bài toán :*** thông thường phải xác định được quá trình tính toán đúng dần nhằm mục đích gì. Thông thường bài toán tối ưu có 1 trong 3 mục đích sau đây :

- Làm cho hàm mục tiêu đạt cực đại (Maximum);
- Làm cho hàm mục tiêu đạt cực tiểu (Minimum);
- Làm cho hàm mục tiêu đạt giá trị cho trước (Value);

❸ ***Xác định được các biến số :*** đây là các biến mà khi giá trị của chúng thay đổi sẽ làm cho hàm mục tiêu thay đổi giá trị theo,

❹ ***Xác định các điều kiện biên :*** còn gọi là các điều kiện ràng buộc. Các điều kiện này có thể ràng buộc giá trị các biến; giá trị của hàm mục tiêu F hoặc giá trị của 1 quá trình tính toán trung gian nào đó.

Nếu đã xác lập được mo hình như trên, chúng ta có thể dùng chức năng Solver trong Excel để tìm lời giải cho bài toán, mà có thể không cần nhớ các quá trình tính toán trong lý thuyết tối ưu, vì các quá trình này đã được lập trình trong Solver.

3. Giải bài toán đúng dần trong Excel bằng Solver :

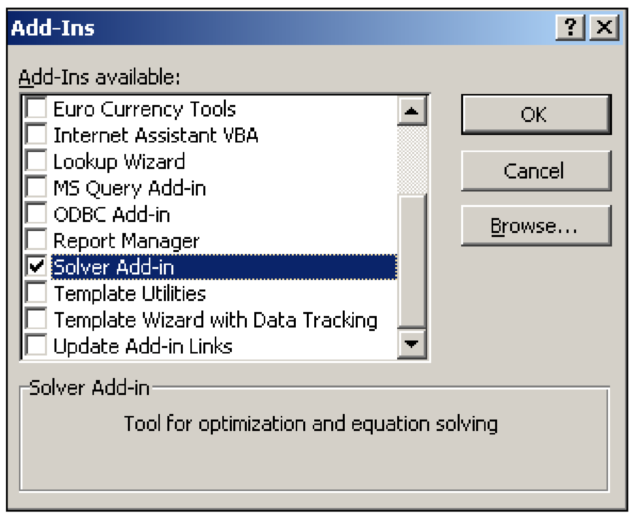
Để có thể thiết lập được mô hình bài toán đúng dần trong Excel phải thực hiện các bước sau đây :

<u>Bước 1 :</u> thiết kế một trang tính trong Excel , trang tính này phải đảm bảo các yêu cầu :

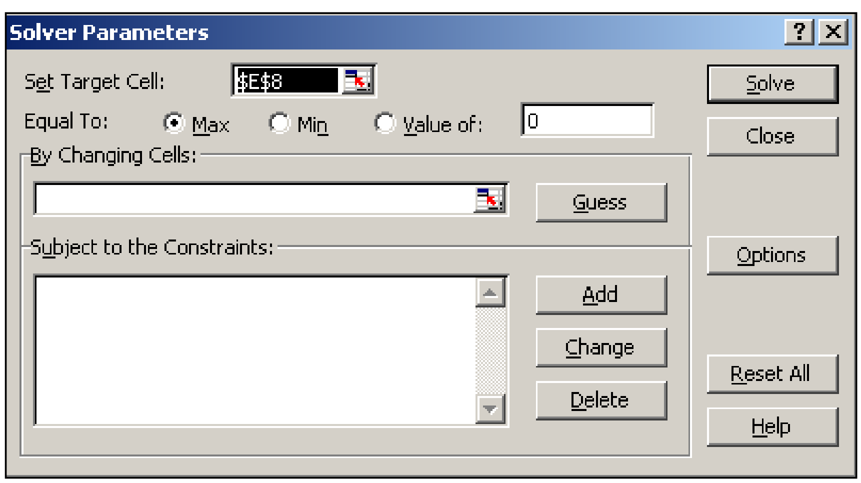
- Có các ô tính chứa biến số;
- Có 1 ô tính chứa hàm mục tiêu; Ô tính này phải là 1 công thức mà trong đó có chứa các ô tính là các địa chỉ các ô chứa biến số.
- Có thể có các ô tính khác chứa các điều kiện ràng buộc.

<u>Bước 2 :</u> thiết lập mô hình :

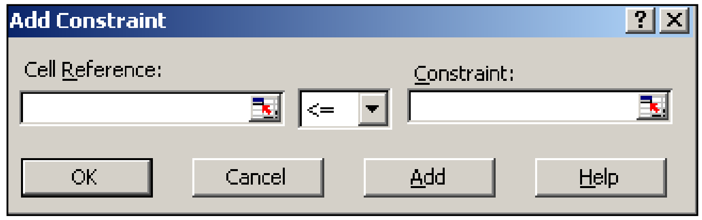
- Gọi Menu Tolls — Solver. Do Solver là 1 ứng dụng nâng cao của Excel nên nếu cài đặt thông thường sẽ không có Solver trong Menu Tolls. Lúc này phải cài đặt Solver như sau : Gọi Menu Tolls — Add-Ins — bật chức năng Solver như hình dưới — OK. Sau đó gọi lại Solver như trên;



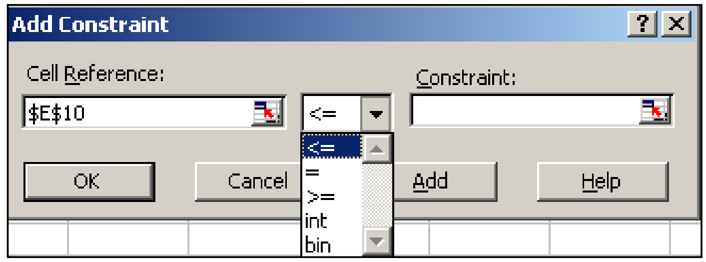
- *Xác định ô tính chứa hàm mục tiêu:* nhập vào mục Set Target Cell địa chỉ ô tính chứa hàm mục tiêu;
- *Xác định mục tiêu của bài toán :* chọn Max, Min hoặc Value of trong mục Equal To. Trường hợp chọn Value of phải nhập giá trị vào hộp thoại;
- *Xác định các ô tính chứa biến số :* bằng cách nhập các địa chỉ ô vào mục By Changing Cell;
- *Thiết lập các ràng buộc :* Nhấn nút Add để nhập các ràng buộc vào Subject to the Constraints;



Ràng buộc sẽ được thiết lập thông qua hộp thoại Add Constraint :



. Nhập địa chỉ ô tính hoặc các ô tính bị ràng buộc giá trị vào mục Cell reference;
. Chọn toán tử ràng buộc bằng cách nhấn vào nút tam giác & chọn bằng trỏ chuột.
. Nhập giá tr ị vào mục Constraint
. Nhấn nút Add để nhập ràng buộc tiếp theo; nhấn nút OK để kết thúc việc nhập ràng buộc; nhấn nút Cancel để huỷ ràng buộc.

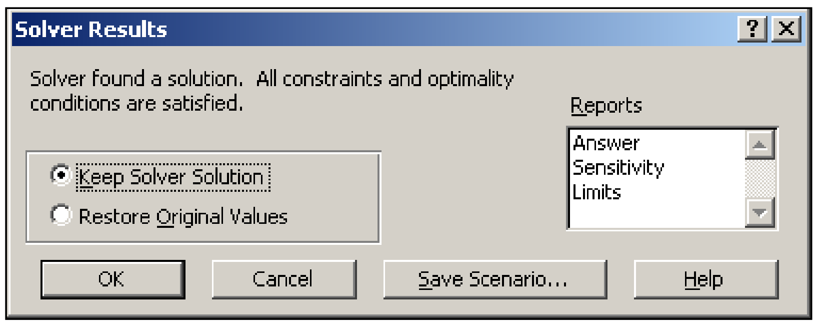


Sau khi các ràng buộc đã xác lập xong, chúng sẽ được hiển thị trong vùng Subject to the Constraints. Lúc này phải kiểm tra rất kỹ lưỡng các ràng buộc; Phải đảm bảo các ràng buộc không thiếu, không thừa, không mâu thuẫn nhau.

Các nút Change, Delete trong hộp thoại Solver Parameters cho phép chỉnh sửa ràng buộc sai hoặc xoá ràng buộc thừa.

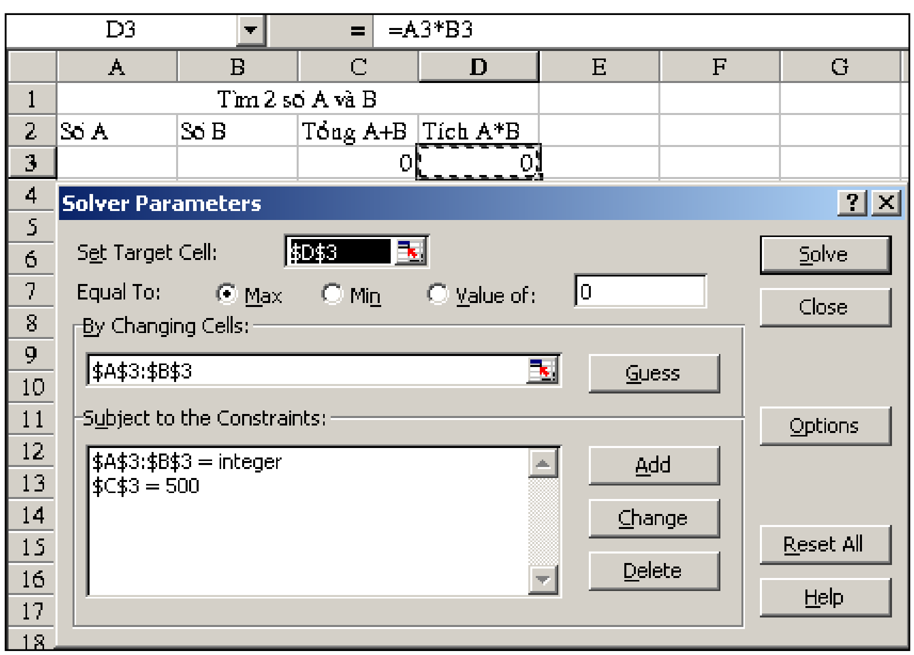
Nếu muốn huỷ bỏ mô hình vừa lập, nhấn nút Reset All để thiết lập mô hình mới.

Bước 3 : tìm lời giải



Nhấn nút Solver sau khi đã thiết lập xong mô hình để trình Solver bắt đầu quá trình tìm lời giải. Khi kết thúc quá trình tìm kiếm, hộp thoại Solver Results xuất hiện, nhấn nút OK để xem kết quả mà Solver đã tìm được.

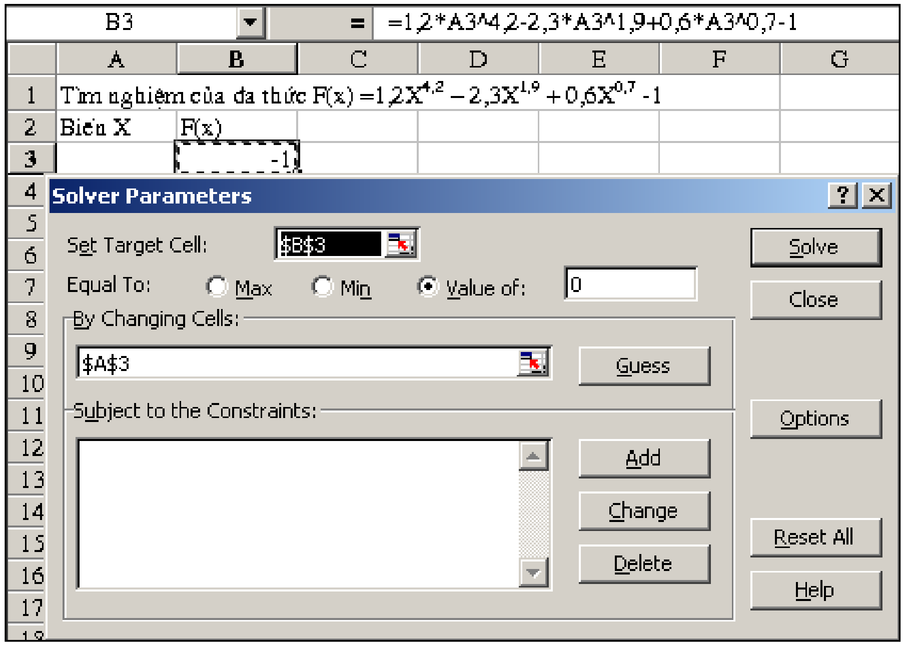
Ví du 3.1 : tìm 2 số nguyên A & B để A*B là lớn nhất với điều kiện A+B=500



Thiết kế trang tính như hình :
- Ô tính C3 nhập công thức: =A3+B3;
- Ô tính C4 nhập công thức: =A3*B3;
- Lập mô hình như hình bên & nhấn Solver, ngay lập tức Excel sẽ tìm ra 2 số A & B rồi điền vào 2 ô tính trong By Changing Cells.

Ví du 3.2 : tìm nghiệm của đa thức F(x) = $1{,}2X^{4{,}2} — 2{,}3X^{1{,}9} + 0{,}6X^{0{,}7}$ -1

- Thiết kế trang tính như hình bên. Mô hình Solver được lập như sau :
- Hàm mục tiêu là ô tính B3;
- Mục tiêu của bài toán là tìm ô A3 (chứa biến x) để cho B3 bằng 0. Lúc này A3 chính là nghiệm của đa thức F(x). ở đây không có điều kiện ràng buộc nào về biến x.

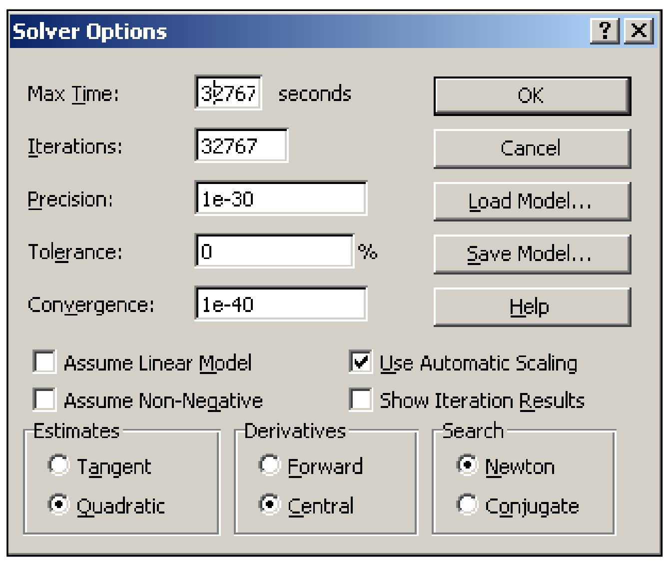


Nhấn Solver để tìm kết quả ta nhận thấy Excel không cho kết quả như mong muốn. Với các bài toán phức tạp dạng này, phải thay đổi các mặc định của Solver trong quá trình tìm lời giải như ở bước 4.

Bước 4 : Hiệu chỉnh các tuỳ chọn của Solver - tìm được lời giải :

Trong hộp thoại Solver Parameters nhấn nút Options, xuất hiện hộp thoại Solver Options :

- Tăng thời gian lặp Max Time lên tối đa;
- Tăng số lần lặp Interations lên tối đa;
- Tăng độ chính xác Precision;
- Cho sai số Tolerance bằng 0;
- Giảm giá trị độ lệch của phép so sánh cuối cùng Convergence đến giá trị tối thiểu cho phép;
- Chọn đúng mô hình bài toán là tuyến tính (Assume Linear Model) hay phi tuyến (Use Automatic Scaling).



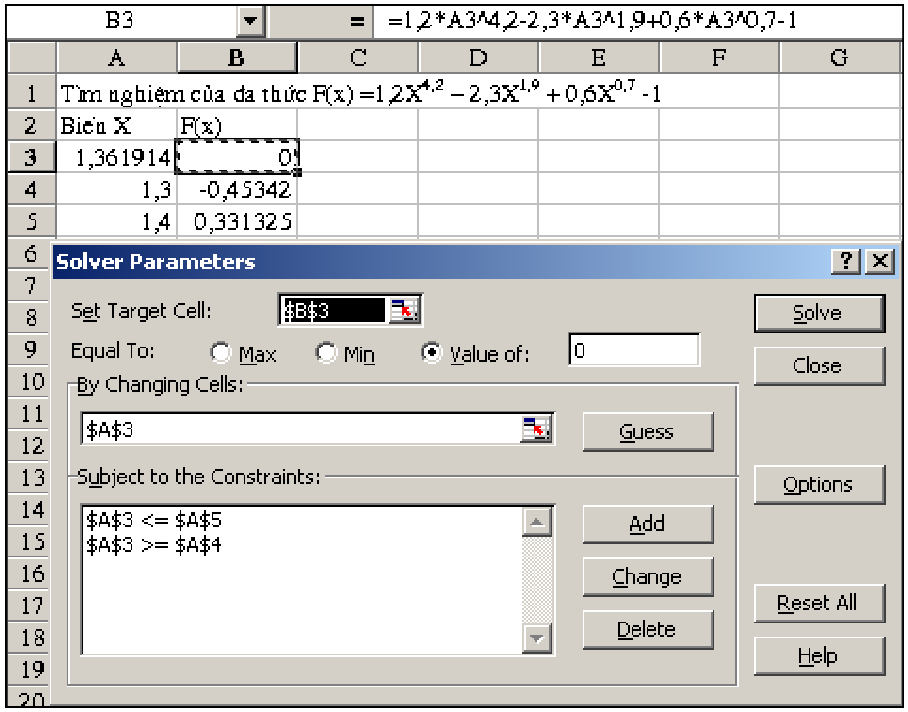
Sau đó nhấn OK để quay trở về hộp thoại Solver & tiếp tục nhấn Solver để tìm lời giải tối ưu.

Nếu kết quả tính toán vẫn không thoả mãn thì tiếp tục sử lý như sau :

- Kiểm tra lại mô hình Solver;
- Gọi tiếp Solver — nhấn nút Solver thêm vài lần;
- Giảm độ chính xác của Precision hoặc tăng Convergence rồi nhấn Solver lại;
- Nếu vẫn không có lời giải đúng nên kiểm tra hoặc bổ sung các ràng buộc để rút ngắn thời gian hoặc số lần lặp.

Như ở Ví dụ 3.2 khi đã thực hiện 3 cách trên đều không tìm được nghiệm của F(x) phải làm như hình dưới :

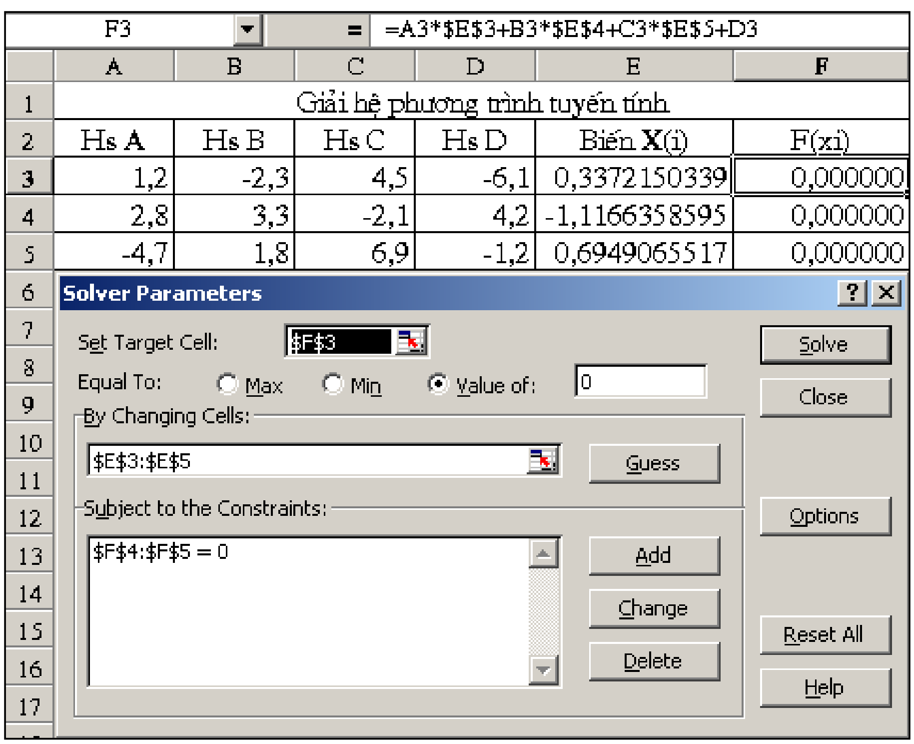
- Sao chép công thức ở ô B3 xuống ô B4:B5;
- Nhập thử các giá trị ở ô A4 cho đến khi thấy B4<0;
- Nhập thử các giá trị ở ô A5 cho đến khi thấy B5>0;
- Thiết lập thêm ràng buộc để rút ngắn khoảng nghiệm tìm kiếm.
- Nhấn nút Solver 2 đến 3 lần sẽ có ngay lời giải. Giá trị mà Solver trả về trong ô tính A3 chính là nghiệm của đa thức trong khoảng 1,3 ÷1,4.



Ví du 3.3 : tìm nghiệm của hệ phương trình tuyến tính.

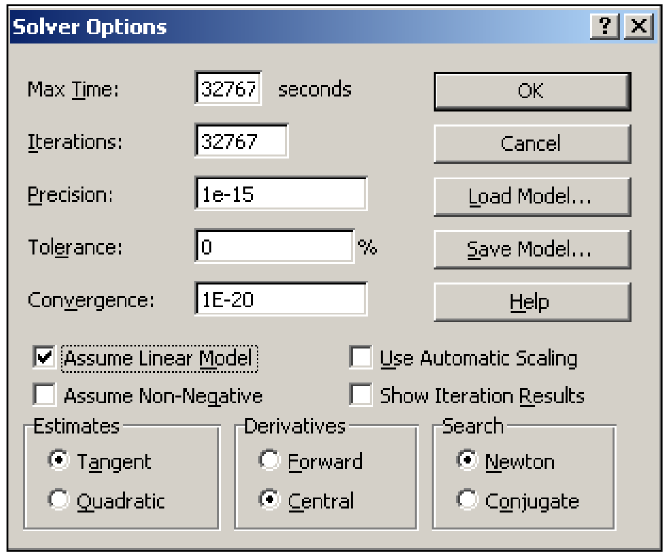
$$\begin{cases} 1{,}2X_1 - 2{,}3X_2 + 4{,}5X_3 - 6{,}1 = 0 \\ 2{,}8X_1 + 3{,}3X_2 - 2{,}1X_3 + 4{,}2 = 0 \\ -4{,}1X_1 - 1{,}8X_2 + 6{,}9X_3 - 1{,}2 = 0 \end{cases}$$

- Thiết kế bảng tính như hình bên;
- Nhập công thức cho hàm thứ nhất ở ô tính F3. Ở đây biến X_1 được chứa trong ô tính E3, biến X_2 được chứa trong ô tính E4, biến X_3 được chứa trong ô tính E5. Sao chép công thức xuống ô F4:F5. Cách làm này sẽ cho phép nhanh chóng thiết lập các hàm khi số lượng biến tăng lên.



- Thiết lập mô hình Solver.

- Thay đổi Solver Options như hình dưới :



Gọi Solver 2 lần sẽ cho kết quả ở các ô tính E3:E5 là nghiệm của hệ phương trình.

Bằng cách này, sinh viên hoàn toàn có thể tìm được nghiệm của 1 hệ phương trình vài chục ẩn số rất nhanh chóng.